

# εpsilon

Revista de Educación Matemática

Editada por la Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales

"Yo vivo de  
preguntar, saber no  
puede ser lujo"

Rodríguez, S.

120  
2025



## Equipo Editorial

Burgos Navarro, María José  
Carrillo de Albornoz Torres, Agustín  
Cecilia Gámiz, Lina María  
Conde Fernández, Silvia  
Contreras García, José Miguel  
Cruz, María Florencia  
España Pérez, Francisco  
Fernández Plaza, Jose Antonio  
Flores Lamolda, Lucía  
Flores Martínez, Pablo  
Gallardo Jiménez, Sandra  
Gámez Valero, Carmen  
García Schiaffino, Margarita  
Garzón Guerrero, José Antonio  
López Centella, Esperanza  
Lupiáñez Gómez, José Luis  
Molina Muñoz, David  
Molina Portillo, Elena  
Montejo Gámez, Jesús  
Moreno Verdejo, Antonio  
Partal García, Daniel  
Pérez Martos, María del Carmen  
Ramírez Uclés, Rafael  
Rivas Olivo, Mauro Alfredo  
Rodríguez González, Miguel  
Roquette Rodríguez, Esther  
Ruiz Hidalgo, Juan Francisco  
Tizón Escamilla, Nicolás  
Valero Terrón, Iván  
Villegas Escobar, Adela María

120  
2025

Edita  
Sociedad Andaluza de  
Educación Matemática "Thales"  
Universidad de Cádiz  
C.A.S.E.M.  
Facultad de Ciencias  
Departamento de Matemáticas  
Campus del Río San Pedro  
Torre Central, 4ª planta  
11510 Puerto Real (Cádiz)  
Teléfono: 956012833  
Email: [thales.matematicas@uca.es](mailto:thales.matematicas@uca.es)

Depósito Legal  
SE-421-1984

ISSN  
2340-714X

Período  
2025

Suscripción  
Anual



## ÍNDICE / CONTENTS

### APORTES DE LA INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

- 7 **Cada cosa en su lugar: Renovando la enseñanza de la clasificación desde el aula de 2 años**  
Ana García Manjón-Cabeza y Carlos de Castro Hernández

### EXPERIENCIAS DE AULA

- 29 **Experiencia de Aula: Enseñanza de las Matemáticas a través de la Náutica**  
Elena Segade y José Balsa
- 43 **Introduciendo los conjuntos borrosos en educación primaria a través de actividades STEAM**  
Queralt Viladevall, Ángel Alsina y Joan Carles Ferrer Comalat
- 57 **Introducción a los espacios métricos: aprendizaje colaborativo en la formación de profesores de Matemática**  
Laura Beatriz Wagner y Marisa Elisabet Reid
- 71 **El desarrollo del sentido numérico y la intuición de números grandes en la Educación Infantil: En busca del 100**  
Beatriz Escorial González y Carlos de Castro Hernández
- 85 **Sesiones enriquecidas en una situación de aprendizaje para Estadística**  
Álvaro Molina Ayuso

### ACTIVIDADES EN LA SAEM THALES

- 91 **Relato del 19CEAM. Una aproximación dinámica a la Multiculturalidad y Matemáticas**  
Sixto Romero Sánchez, Rocío Benítez Cambra y José Romero Sánchez
- 103 **Problemas de olimpiadas de sexto de Primaria para impulsar el razonamiento matemático en equipo**  
Iván Valero Terrón, Daniel Partal García, Ana María Núñez Torres, Carmen Sáez Ballesteros y Rafael Ramírez Uclés



## Cada cosa en su lugar: Renovando la enseñanza de la clasificación desde el aula de 2 años

Ana García Manjón-Cabeza

Colegio Jesús Maestro, Madrid, [anagarciamc@gmail.com](mailto:anagarciamc@gmail.com)

Carlos de Castro Hernández

Universidad Autónoma de Madrid, [carlos.decastro@uam.es](mailto:carlos.decastro@uam.es)

**Resumen:** *Diseñamos, implementamos y evaluamos un camino de enseñanza para la clasificación con alumnado de 2 años. Con un enfoque de Investigación Basada en Diseño, a través de 11 sesiones de juego de construcción con bloques de madera, estudiamos cómo guardan los niños el material en cajas después del juego. Cambiando el número de cajas en cada sesión, orientamos a los alumnos hacia diferentes formas de clasificación. El alumnado desarrolla criterios de clasificación y los aplica con flexibilidad. Este enfoque de clasificación representa una alternativa a las actividades habituales con materiales estructurados como los “bloques lógicos”.*

**Palabras clave:** *0 a 3 años, clasificación, educación infantil, investigación basada en el diseño, juego de construcción, trayectorias de aprendizaje en matemáticas.*

### Every thing in its place: Renewing the teaching of classification from 2-year-old classroom

**Abstract:** *We design, implement, and evaluate a path of teaching for classification with 2-year-old students. With a Design Based Research approach, through 16 sessions of block play with wooden blocks, we study how children store blocks in boxes after block play. Changing the number of boxes in each session, we guide students towards different forms of classification. Students develop classification criteria and apply it with flexibility. This approach to classification represents an alternative to usual activities with “logical blocks” materials.*

**Keywords:** *Block play, 0 to 3 years, classification, design-based research, early childhood education, learning trajectories in mathematics.*

## 1. INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la clasificación, a partir de la Ley General de Educación de 1970 en España, ha estado muy influida por la matemática moderna y la teoría intuitiva de conjuntos. En Didáctica de las Matemáticas, esta influencia llegó a través de los trabajos de Dienes y los de Piaget (Dienes y Golding, 1966/1984a; Dienes y Golding, 1966/1984b; Piaget y Inhelder, 1976). El enfoque de Dienes se extendió a través de materiales estructurados, como los bloques multibase, o los bloques lógicos (Dienes y Golding, 1966/1984a, Michelet, 1977). En el enfoque de Dienes, dos de las actividades más básicas son las relacionadas con la traducción entre las definiciones por comprensión y por extensión de un conjunto. Es decir, una actividad sería dar a los niños los atributos que cumplen todos los elementos de un conjunto y pedir la enumeración de los

elementos, y otra actividad consistiría en dar la enumeración de los elementos que forman el conjunto y que los niños tuviesen que descubrir los atributos comunes (Dienes y Golding, 1966/1984b, p. 20). Estos dos tipos de actividad básicos, que Dienes considera de “igualdad de conjuntos”, pues en realidad consisten en traducir de una definición de un conjunto a la otra, se pueden extender a otros juegos, como los de tres aros, que son clasificaciones en 8 clases en las que se emplean tres atributos y sus negaciones (Dienes y Golding, 1966/1984a, p. 43). Ruesga (2004), en su tesis sobre el razonamiento lógico matemático en Educación Infantil, enfatiza mucho la necesidad de realizar estos dos tipos de actividades, que denomina procesos directo (paso de la comprensión a la extensión) e inverso (paso de la extensión a la comprensión).

Al analizar este enfoque de actividades, observamos que el criterio de clasificación está predeterminado, pues el niño no decide cómo clasificar los bloques. Pensamos que estos dos tipos de actividades son valiosos, pero deben completarse con situaciones en las que los propios niños puedan decidir cómo guardar el material. Así, no se limitarán a seguir instrucciones dadas por aros y tarjetas en el suelo para clasificar, o a encontrarse el material ya clasificado y tener que descubrir el patrón de similitud subyacente al orden preestablecido en los objetos.

## 2. MARCO TEÓRICO

En lugar de asumir el enfoque de Dienes, nos hemos inspirado en la *Teoría de Situaciones Didácticas* (TSD) (Brousseau, 2007; Chamorro, 2005). En este enfoque, una *situación fundamental* para el aprendizaje de la clasificación simple (clasificación atendiendo a una variable) está constituido por una familia de situaciones a-didácticas que requieren emplear el conocimiento objetivo de aprendizaje, la clasificación simple, como estrategia óptima para afrontar la situación. En estas situaciones, juegan un papel esencial las *variables didácticas*, que son aspectos de la situación modificables por el profesorado que inciden en un cambio en la estrategia adoptada por el alumnado. La estrategia base inicial que adoptan los alumnos debe ser percibida como insatisfactoria, y estos deben ir evolucionando desde esta estrategia base a la estrategia óptima (Chamorro, 2005, pp. 43-44).

Aplicando esta idea originaria de Brousseau, la familia de situaciones a-didácticas que dan lugar al aprendizaje de la clasificación simple es la de guardar los materiales en cajas después de jugar con ellos. Esta situación, tal como la hemos planteado, y especialmente por la edad de 2 años a la que va dirigida, no cumple estrictamente las condiciones que exige la TSD para una situación a-didáctica. Los niños no pueden validar sus estrategias por sí mismos, sino que van interiorizando paulatinamente qué significa “guardar bien” con retroalimentaciones de sus compañeros y de su maestra. Sin embargo, el número de cajas sí funciona como *variable didáctica*; es decir, es un aspecto variable de la situación de guardar, cuyos valores puede modificar la maestra, al cambiar el número de cajas de un día a otro, lo que obliga a los niños a realizar un cambio de estrategia en el que advertimos un aprendizaje. En este caso, si los niños tienen 5 cajas, veremos que pueden guardar cada uno de los 5 tipos de piezas (Figura 2) en cada una de las 5 cajas, juntando solo piezas iguales. Sin embargo, al pasar a tener que guardar en 2 cajas, decisión tomada por la maestra, pueden poner en una caja las piezas delgadas y en otra las gruesas, o en una los cubitos y en otra las que no son cubitos, etc. Pero la clave es que los niños se ven obligados a cambiar de estrategia y a adoptar una diferente. Estos cambios en el número de cajas de una sesión a otra son los responsables de la invención, adaptación y adopción flexible de diferentes estrategias infantiles de clasificación.

Este tipo de actividad de clasificación no es exclusivo de la TSD. Un ejemplo similar es el “Juego del tendedero” de María Antonia Canals (Alsina y Bosch, 2025, p. 79) en el que una colección de camisas con varias variables (color, número de botones y tamaño de la manga) se cuelgan en un tendedero con un número variable de hilos, de modo que las camisas en el mismo hilo deben tener alguna propiedad común. Al modificar el número de hilos, una variable didáctica en términos de Brousseau, se “fuerza” un cambio en el modo de tender/clasificar las camisas.

## 2.1. Cómo entendemos la clasificación de 0 a 3 años

Lakoff y Núñez (2000), en su visión de las matemáticas a través de la “Cognición encarnada”, proponen que una clase, o un conjunto, metafóricamente, es el interior de una caja (p. 123). Los niños tienen un conocimiento de guardar cosas en cajas, que estos autores llaman “esquema del contenedor”, que sirve para aprender a clasificar, vía metáfora. Introducir un objeto en una caja es, en el lenguaje de conjuntos, establecer una relación de pertenencia. Una caja dentro de otra puede representar una relación de inclusión. Un objeto que “no va” en una caja es un elemento que no pertenece a la clase o conjunto; un contenedor sin objetos, el conjunto vacío, etc.

En este estudio no identificamos guardar con clasificar. Clasificar lo consideramos un proceso matemático formal, que puede plantearse de forma simbólica abstracta, mientras que guardar pertenece al ámbito de la actividad cotidiana y la matemática intuitiva e informal propia del ciclo de 0 a 3 (Alsina, 2015). En el enfoque de la cognición encarnada (Lakoff y Núñez, 2000), clasificar puede entenderse metafóricamente como guardar, pero se trata solo de una metáfora. Desde un punto de vista didáctico, la actividad de guardar después de jugar nos sitúa al inicio de una *trayectoria de aprendizaje* de la clasificación (Clements y Sarama, 2009).

Por otra parte, en este estudio es clave la idea de “patrón”. Clements y Sarama (2015) indican que, en las matemáticas de Educación Infantil, el término “patrón” se aplica de forma restringida para abarcar casi exclusivamente los “patrones de repetición” y los “patrones de crecimiento”. Sin embargo, los patrones son un proceso matemático bastante más general. “Crear patrones es buscar regularidades y estructuras matemáticas. Identificar y aplicar los patrones ayuda a traer orden, cohesión y predictibilidad a situaciones que parecen desorganizadas y nos permite hacer generalizaciones a partir de la información que tenemos” (Clements y Sarama, 2015, p. 304). En esta línea, Devlin (1994) llama a las Matemáticas “la ciencia de los patrones” y aplica esta idea a “patrones de conteo, patrones de razonamiento y comunicación, patrones de movimiento y cambio, patrones de forma, patrones de simetría y regularidad y patrones de posición (topología)” (p. 3). En la Educación Matemática Infantil, la idea de patrón tiene un peso singular, pues Hynes-Berry, et al. (2021) organizan todas las matemáticas de 0 a 3 años en torno a cuatro “Conceptos matemáticos precursores”: Atributo, comparación, cambio y patrón.

Para nosotros, “patrón” es lo contrario a “caos”, entendido como desorden, desorganización e impredecibilidad (<https://dle.rae.es/caos>). Creamos, detectamos, o completamos un patrón al conectar lo que observamos y un modelo o una estructura matemática. Para el alumnado de 0 a 3, que aún no han entrado en la matemática formal, diríamos que perciben un patrón cuando advierten que algo es “regular”, en su acepción como adjetivo, como “Ajustado a una regla y conforme a ella” (<https://dle.rae.es/regular>). En este sentido, la actividad de guardar los materiales después de jugar es una actividad en la que los niños no deben limitarse a retirar las piezas del suelo para amontonarlas en cualquier caja, de forma desorganizada o caótica, sino creando un “orden”. Clasificar es establecer, detectar y completar patrones de similitud. Y los niños de 0 a 3 deben establecer un criterio para guardar, y tratar de averiguar la regla que han utilizado sus

compañeros para colocar las primeras piezas en las cajas, detectando el patrón, para ajustarse a esa regla y contribuir al orden. La famosa cancioncilla empleada en las aulas de 0 a 3 años (“A guardar, a guardar, cada cosa en su lugar. Sin romper, sin tirar, que mañana hay que jugar.”) resume los objetivos de la actividad de guardar/clasificar en el ciclo de 0 a 3 años: Crear un orden para conservar y cuidar los objetos de valor, tenerlos localizados, y dejarlos preparados para usarlos de forma cómoda en días sucesivos.

## 2.2. Algunos estudios sobre clasificación y trayectorias de aprendizaje

Las referencias tradicionales con las que hemos pensado la clasificación a estas edades, desde los años 80, provienen fundamentalmente de las investigaciones de Piaget e Inhelder (1976) y de las propuestas didácticas de Dienes y Golding (1966/1984a, 1966/1984b), basadas en la teoría intuitiva de conjuntos. En el caso de Piaget e Inhelder (1976), pedían a niños, con consignas del tipo “Poned juntos los parecidos” (p. 43), que organizaran una serie de formas geométricas (cuadrados, triángulos y semianillos) de diversos colores, describiendo un estadio de “colecciones figurales”, desde los 2 años a los 5. En este estadio los niños dan respuestas situando un triángulo sobre un cuadrado como formando una casa, o alinean objetos de modo que cada figura puede tener alguna propiedad común con la siguiente, pero no todas ellas en conjunto. Una “colección figurada” no es todavía una clase. Sin embargo, estos autores señalan que “este estadio dura más o menos tiempo dependiendo del material empleado y las consignas dadas” (p. 32).

El aprendizaje de la clasificación ha sido abordado también desde las trayectorias de aprendizaje, dando descripciones diferentes de las de Piaget e Inhelder (1976) de las posibilidades clasificatorias de los niños de 0 a 3 años. Para Clements y Sarama (2015, pp. 3-4) las *trayectorias de aprendizaje* constan de tres elementos: (1) un objetivo, centrado en una gran idea matemática, (2) Una progresión de desarrollo, también llamada “camino de aprendizaje” (*Paths of Learning*), y (3) una serie de tareas de enseñanza o “camino de enseñanza” (*Paths of Teaching*). Sarama y Clements (2009) toman del trabajo de Langer et al. (2003) la referencia fundamental para describir la progresión de desarrollo, o el camino de aprendizaje, para la clasificación de 0 a 3 años. Según el estudio de (Langer et al., 2003), los niños comienzan a juntar objetos según algún atributo en torno a los 12 meses. A los 18, forman clases con objetos idénticos y con los objetos de otras clases diferentes. A los 2 años, forman clases con objetos con propiedades comunes, pero no necesariamente idénticos. Y algunos niños de 2 años y todos los niños de 3, recolocan elementos mal clasificados (Langer et al., 2003). Así, aunque contamos con una descripción básica de un *camino de aprendizaje* para la clasificación, para niños de 0 a 3 años (Langer et al., 2003), asumido por Sarama y Clements (2015), no hay descripciones de *camino de enseñanza*, que podrían favorecer la evolución de los niños a lo largo de este *camino de aprendizaje*.

## 2.3. Objetivos

Los objetivos de este estudio son: (1) Diseñar, implementar y evaluar un camino de enseñanza, o “tareas instruccionales”, para la clasificación con niños de 2 años; (2) Comparar las estrategias de los niños en estas tareas con las descripciones de las progresiones de desarrollo, o *camino de aprendizaje*, de estudios anteriores.

### 3. MÉTODO

La metodología que hemos utilizado en este estudio es la investigación basada en el diseño (Molina et al., 2011, Prediger y Zwetschler, 2013) (ver Figura 1). Basándonos en la investigación precedente sobre el aprendizaje de la clasificación en estas edades (Clements y Sarama, 2015; Sarama y Clements, 2009; Langer et al., 2003) e inspirándonos en la Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 2007, Chamorro, 2005) hemos diseñado un *camino de enseñanza* para la clasificación para niños de 2 años (ver Figura 3).

**Figura 1**

*La investigación basada en diseño (Adaptado de Prediger y Zwetschler, 2013).*



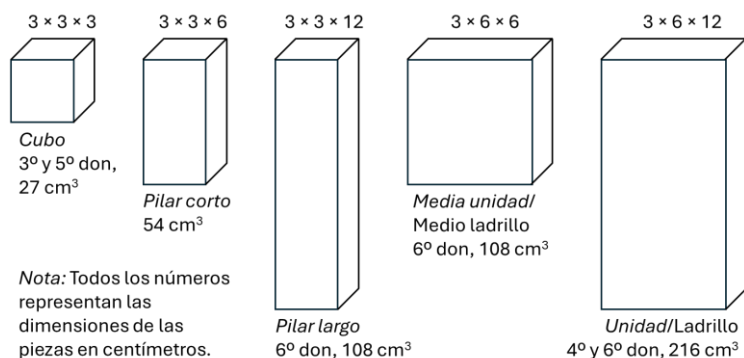
#### 3.1. Los participantes, las sesiones de juego y el material

En la investigación han participado 6 alumnos de 2 años (4 niños y 2 niñas) de la Escuela Infantil del Colegio Jesús Maestro, de Madrid. Estos niños son, dentro de su grupo clase de 18 alumnos, los que se quedaban el horario completo, hasta las 16:30, trabajando en esta propuesta en una sesión semanal por las tardes.

El material de construcción está inspirado en los Dones de Froebel. En particular, en los Dones tercero, cuarto y sexto, según indicamos en la Figura 2 (Michelet, 1977, pp. 201-212). Las piezas las hemos seleccionado siguiendo varios criterios: (1) Cada pieza sirve para componer otras piezas del material o se puede descomponer en ellas. Por ejemplo, dos cubos forman un pilar corto; cuatro, un pilar largo; la mitad de una unidad es un pilar largo o media unidad, según hagamos la división longitudinal o transversal respectivamente, etc.; y (2) Las diferencias entre las dimensiones de las piezas, las superficies y los volúmenes son claras. Cuando no coinciden, una es el doble, cuádruple u óctuple de la otra. Con estas diferencias en las medidas, queremos que los niños distingan claramente el pilar largo del corto o del cubo, las piezas delgadas de las anchas, etc. Esperamos que estas características favorezcan el establecimiento de semejanzas y diferencias característico de la clasificación. Al elegir este material, hemos querido evitar el color, por parecernos una variable muy llamativa a estas edades, que podía dificultar en algunos casos tomar como semejantes figuras de distinto color.

## Figura 2

El material de construcción empleado.



El material se obtiene en cualquier carpintería cortando listones de 3×3 y de 3×6 (medidas en cm). La cantidad del material es la siguiente: 25 unidades, 43 medias unidades, 23 pilares largos, 23 pilares cortos y 38 cubos. Para la clasificación, utilizamos de dos a cinco cestas iguales. Además, en algunas sesiones utilizamos elementos auxiliares, por considerar que potencian el juego de construcción (depresores, pompones, pañuelos...) y también hemos comenzado algunas sesiones de construcción con la lectura de un álbum ilustrado. En total, hemos realizado 16 sesiones, 11 de ellas de 45 minutos de duración, con los 6 alumnos. Otras 5 sesiones han sido de 20 minutos, dedicadas a la evaluación individual.

### 3.2. Diseño del camino de enseñanza para la clasificación

La estructura del *camino de enseñanza* es la siguiente. En cada sesión, tras el juego de construcción, pedimos a los niños que guarden el material en cajas. En la primera sesión, les damos 5 cajas. A partir de ahí, cuando se cumplen las condiciones que establecemos, vamos variando el número de cajas a 2, 4 y, finalmente, a 3. Consideramos que una forma de guardar el material es *satisfactoria* cuando: (1) Al final, quedan todas las piezas recogidas, (2) Todas las piezas del mismo tipo están en la misma caja, (3) Se utilizan todas las cajas. La clave para una “buena” recogida es la condición 2. Las clases son disjuntas. Cada cosa debe tener “su lugar”, su caja. Esta es la condición mínima para que todo esté “ordenado”. La condición 3 es la responsable de que los niños tengan que clasificar de forma flexible. En principio, los niños podrían clasificar en 2 cajas, o en 3, y hacer la misma clasificación en 4 o 5 cajas dejando algunas vacías. El material estaría igual de “bien guardado”.

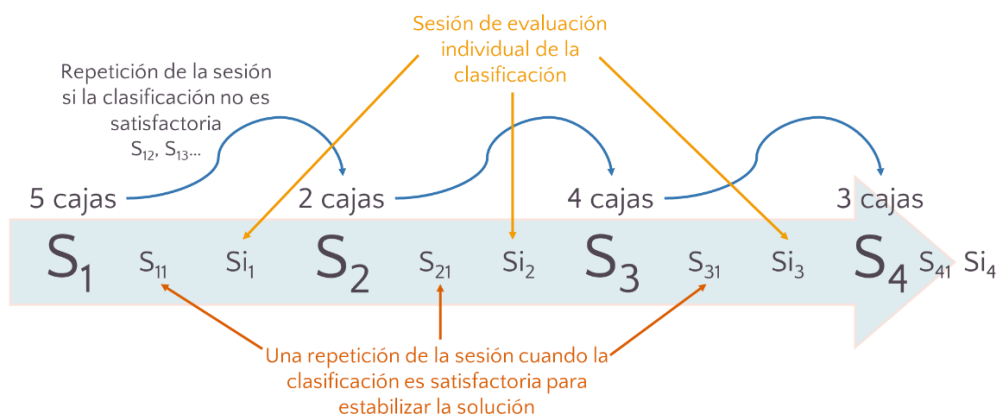
Si, en una sesión, los niños guardan el material de forma no satisfactoria, en la siguiente sesión se repite el guardado con el mismo número de cajas para dar una nueva oportunidad de aprendizaje. Si el material se guarda de forma satisfactoria, en la siguiente sesión se repite una vez más con el mismo número de cajas para afianzar y consolidar el aprendizaje. Tras dos sesiones en que los niños guardan el material siguiendo la misma estrategia con el mismo número de cajas, hacemos una sesión individual de evaluación con unas 20 piezas, para comprobar si cada niño aplica la estrategia adoptada por el grupo en los días anteriores. A partir de ahí, en la sesión siguiente cambiamos el número de cajas y continuamos la secuencia. En la Figura 3, presentamos esquematizada esta propuesta de *camino de enseñanza*.

Por otra parte, nuestro planteamiento inicial del *camino de enseñanza* estaba muy basado en la relación entre las características del material y la alternancia del número de cajas. Pero, tras la

primera sesión, en la evaluación de esta, tomamos la decisión de incorporar en todas las sesiones una presentación del material organizado en forma de instalación artística, que reflejase algún tipo de patrón. También decidimos preceder la sesión por la lectura de un cuento. Nos inspiramos en el uso de instalaciones artísticas para estimular el pensamiento matemático con alumnado de 1 y 2 años de Alsina y León (2016) y en trabajos sobre el uso de álbumes infantiles para promover aprendizajes matemáticos en 0-3 (Flecha, 2014). En esta investigación no estudiamos la relación entre la presentación del material y las construcciones infantiles, pero sí buscábamos potenciar la actividad matemática durante la sesión. El criterio que seguimos fue partir de nuestro conocimiento sobre las construcciones infantiles a estas edades (De Castro y Flecha, 2012; García, 2019), buscando potenciar la actividad matemática infantil con conexiones entre: (1) las características matemáticas reflejadas en la presentación del material, (2) la temática del cuento, (3) un tipo de construcción que sabemos que los niños hacen a estas edades según la investigación.

**Figura 3**

*Diseño del camino de enseñanza.*



### 3.3. Recogida de datos

La recogida de información se realiza a través de fotografías que va tomando la maestra (Ana) durante la sesión. Al final de la sesión, realiza un conteo del contenido de cada una de las cajas anotando el resultado (Tabla 1). Decidimos hacer esto para completar la información que aportan las fotografías, en las que a veces no se advierte si hay piezas mal colocadas, dado que unas piezas pueden tapar otras. Tras cada sesión, tenemos una o varias reuniones de evaluación de la sesión y de planificación de la siguiente. Las reuniones se realizan en línea, por escrito, para que todas las aportaciones, reflexiones y decisiones queden bien documentadas.

**Tabla 1**

*Ejemplo de recogida de datos en la sesión 1 con el contenido final de cada caja.*

	Caja 1	Caja 2	Caja 3	Caja 4	Caja 5
Unidad	8	5	2	10	0
Media unidad	13	15	5	8	2
Pilar largo	3	10	1	5	4
Pilar corto	3	9	2	5	4
Cubo	6	12	7	10	3
Total	33	51	17	38	13

## 4. RESULTADOS

La sección de resultados la dividimos en dos partes. En la primera, describimos el desarrollo de las sesiones de trabajo. En la segunda, ofrecemos una síntesis de los resultados más significativos y los comparamos con los de estudios anteriores en la discusión.

### 4.1. Desarrollo de las sesiones

En esta sección describimos el desarrollo de las sesiones de trabajo, agrupadas según el número de cajas que ofrecemos al final a los niños para guardar el material.

#### 4.1.1. Sesiones con 5 cajas

En la primera sesión, comenzamos ofreciendo el material, volcando la caja que lo contiene, sin disponer el material de ninguna forma especial. La única indicación que damos es que comiencen a construir. Aparecen algunas construcciones, como apilamientos verticales (Figura 4, izquierda) en que se explora el equilibrio, con piezas de tamaño más pequeño en la parte inferior del apilamiento. También está presente el juego simbólico, al soplar sus “casas construidas con ladrillos”. Al terminar el juego, se les pide recoger el material en 5 cajas. La razón de comenzar con 5 cajas es que hay 5 piezas diferentes y consideramos que la forma básica de guardar las piezas es meter cada tipo de pieza en una caja, de modo que los niños solo pongan juntas piezas idénticas. La forma de guardar las piezas no resulta satisfactoria para los investigadores (Figura 4). Advertimos dos dificultades: (1) Los niños mueven constantemente las cajas al recoger y; (2) A pesar de que algunos intentan dar cierto orden al proceso de recogida, otros recogen de forma aparentemente aleatoria, sin fijarse en los tipos de pieza de cada caja.

#### Figura 4

*Primeras construcciones y recogida del material con cinco cajas.*



Tras reunirnos los investigadores para revisar la primera sesión, tomamos varias decisiones: Mantenemos que, si la forma de guardar el material no ha resultado satisfactoria, repetimos la sesión siguiente con el mismo número de cajas para guardar. También vemos conveniente incluir normas previas al juego, orientadas a reducir la impulsividad, a cuidar el material y “cuidarnos nosotros”, como decir que “No se tiran los juguetes” o “No nos hacemos daño los amigos”. Además, en la recogida indicamos: “No movemos las cajas para recoger”. Este es un punto crucial, pues juntar las cajas favorece que no se guarden los bloques en la caja más próxima, y que se puedan examinar las piezas que hay en cada caja de un golpe de vista. Por esa misma razón, cambiamos la disposición de las cajas para tenerlas organizadas de forma más compacta,

con cuatro cajas alrededor de una central, en vez de alinearlas formando una fila (Figura 4). Antes de comenzar la segunda sesión, fijamos el tipo de orientaciones que podemos dar. Se trata siempre de proporcionar ayudas indirectas sin dar un criterio de clasificación: “Las piezas tienen que estar muy bien guardadas”, “Hay que guardar todo con mucho cuidado y bien ordenado”, “Tenemos que poner cada cosa en su lugar”, “Ponemos juntas las que van juntas”, “¿Creéis que están bien guardadas todas las piezas?”, etc. También hacemos un listado de orientaciones prohibidas, para mantenernos alerta del modo en que no deseamos intervenir. Están prohibidas frases del tipo: “Pon juntas las iguales”, “Pon todos los cubitos juntos”, “Pon las grandes en un lado y las pequeñas en otro”, etc. Es decir, no mencionamos ninguna propiedad (ser grande, pequeño, delgado), ningún tipo de pieza (cubito, ladrillo, pilar), ninguna relación (las iguales, las que sean igual de delgadas), ni nada que implique dar un criterio de clasificación.

Comenzamos la sesión con la misma disposición del material de la sesión anterior y contando el cuento de “Los tres cerditos”. Advertimos que hay niños que avanzan en la clasificación. Por ejemplo, en la primera caja que comienza a llenarse, hay solo piezas delgadas. Sin embargo, al ser una actividad colectiva, unos avanzan en una dirección y otros no se fijan en el patrón de similitud que van creando los compañeros al guardar. Cada niño parece tener su criterio y alguno guarda al azar, lo que no permite llegar globalmente a un resultado satisfactorio (Figura 5).

### Figura 5

*Inicio de la segunda sesión, disposición de las cajas y resultado de la recogida.*



Acabada la segunda sesión, como resultado del análisis y la discusión sobre la misma, decidimos comenzar las sesiones disponiendo el material en forma de instalación, adoptando diversos patrones de forma, de repetición, etc., pero sin dar el material clasificado, para que no “copien”, al guardar, la forma en que les presentamos agrupadas las piezas. Con esta medida buscamos varias cosas: (1) Distribuir el material de construcción de un modo más o menos uniforme, de modo que cada niño tenga acceso a todo tipo de piezas independientemente de su ubicación; (2) Que los niños puedan localizar con facilidad la pieza que necesiten para construir; (3) Que los niños no construyan pegados al lugar donde se amontona el material, y (4) Dar una oportunidad para reconocer patrones, estimular su producción durante el juego e, indirectamente, estimular también a organizar el material en la recogida siguiendo patrones de similitud.

Así, en la tercera sesión, se presenta el material en una serie de círculos concéntricos con patrones de repetición dentro de cada círculo. También añadimos normas: “No destrozamos las construcciones de los amigos”. Llegada la recogida, comienzan a guardar los cubos en una de las cajas y la maestra acompaña esta acción indicando que “lo ve muy bien ordenado”. Les pide que lo hagan “despacio y bien”. Cuando introducen en esa caja alguna pieza que no es un cubo, les pregunta si “lo están haciendo bien”. Alberto se dedica toda la sesión a “cuidar” el orden de esa caja; cada vez que un niño mete una pieza que no es un cubo, la saca. También va recolocando los cubos de otras. Según avanza la recogida, la caja llena de cubos es la única completamente

llena de piezas iguales; solo faltan dos cubos en otra de las cajas. Como valoración final, la maestra anima a que sigan guardando y haciéndolo igual de bien, matizando que las demás cajas no están tan ordenadas como la de los cubos.

Se observan notables diferencias individuales. Javier no entiende lo que tratan de hacer compañeros como Alberto y guarda las piezas sin fijarse en la forma. Alberto reacciona regañándole. Gabriel, después de atender al orden que se va estableciendo, trata de recoger apoyando lo que observa. Al final, parece cansado y vuelve a guardar piezas al azar. Algunos niños intentan eludir su responsabilidad en la recogida. Tres de ellos juegan a esconderse y la maestra los anima a acercarse ayudar a sus compañeros. Los niños están acostumbrados a recoger con mayor rapidez y sin poner demasiada atención. Parece que este tipo de recogida, más lenta y reflexiva, les cansa un poco. Para finalizar, la maestra les pide que paren y observen las cajas. Los niños son capaces de localizar los cubos que no están con los demás y las depositan en su caja, dando por finalizada la sesión (Figura 6).

### Figura 6

*Construcción simétrica. Recogida con cinco cajas. Alberto vigilando la caja de los cubos.*



Después de tres sesiones de trabajo, los avances parecen sutiles. Por primera vez, hay una caja que tiene solo un tipo de piezas, los cubos, pero los investigadores teníamos bastantes dudas sobre si los niños iban a finalizar guardando las piezas como esperábamos, o si la tarea sería excesivamente demandante para ellos. Algunos de los cambios que habíamos introducido, como partir de instalaciones, o contar un cuento, tenían el trasfondo de que, probablemente, los niños tardasen mucho más de lo esperado en guardar cada tipo de pieza en una caja. La idea era enriquecer la actividad para que no perdieran el interés por la misma y poder prolongar al máximo la serie de sesiones hasta poder constatar un avance en la clasificación.

A partir de la tercera sesión, introdujimos un cambio importante. La idea inicial al diseñar la trayectoria era hacer una sesión individual de evaluación, una vez que los niños consiguieran guardar bien las piezas un par de días seguidos, para comprobar si cada niño había aprendido el modo de clasificar adoptado por el grupo. Este tipo de sesiones “de evaluación” no las considerábamos parte de las sesiones “de aprendizaje”, pero eran fundamentales para constatar el avance de cada niño. Sin embargo, en las tres primeras sesiones habíamos experimentado que, al recoger juntos, los niños podían ayudarse unos a otros, pero también advertimos que podían obstaculizarse. Así que decidimos hacer una sesión individual para ayudar a los niños a pensar, y a organizarse, sin distracciones, interrupciones, ni intervenciones de los compañeros.

Para ello, fuera del aula se pide a cada niño individualmente que nos ayuden a ordenar unas cuantas piezas. Utilizamos un número inferior al total para evitar que se cansen y facilitar que puedan tener una visión más clara y sencilla de la situación. Con cada uno, se repiten las preguntas del tipo: “¿está bien ordenado?”. También, señalando alguna pieza que está con un grupo de piezas de otro tipo, se pregunta: “Esa pieza, ¿está bien guardada?”. Alberto guarda las piezas correctamente sin necesidad de ayuda; otros, Javier y Gabriel, ignoran las orientaciones y recogen

sin orden o solo se refleja un cierto orden en pequeñas colecciones; Alejandro reclama la aprobación de la maestra para ir guardando las piezas; Alicia y Laura tienen claro que todas las piezas deben ir juntas. Esta actividad, con diferentes resultados, nos da una información importante para entender cómo va evolucionando el grupo en la recogida.

En la siguiente sesión, comienza el juego tras el cuento y se abalanzan sobre las piezas para destruir la instalación. A continuación, se ponen a su disposición los animales de juguete del aula sin dar indicaciones. Comienzan a colocar animales sobre las piezas, sin construir previamente. Más adelante, escuchamos frases como: “Vamos a hacer una torre para que puedan llegar a la luna” o “Mira. He hecho una casa para los animales”. Les encanta combinar la construcción con los animales. En algunos casos, el juego es individual; en otros, colectivo. En las construcciones predominan los apilamientos horizontales superficiales, los apilamientos verticales, y los cerramientos (Figura 7).

### Figura 7

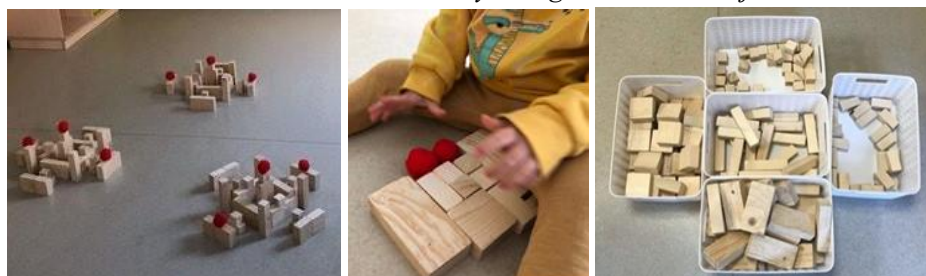
*Cerramientos, apilamientos verticales con material auxiliar y clasificación con 5 cajas.*



Al recoger, se pide en primer lugar que guarden los animales, completando la tarea con rapidez. Pasando a la recogida en 5 cajas, se advierten diferencias en la motivación: Las niñas no muestran interés por recoger y se distraen por el aula; los niños, por el contrario, muestran un nivel alto de actividad. Al principio, recogen de forma desordenada. La maestra les dice que ellos “lo saben hacer mejor” y Alberto hace de guía del resto, corrigiendo los errores. Por ejemplo, en la Figura 7, a la derecha, aún se ve un pilar largo en la caja de las unidades. Parece que todos le siguen y consiguen llegar, por primera vez, a una clasificación satisfactoria de las piezas. Cada tipo de pieza está en una caja diferente.

### Figura 8

*Apilamientos horizontales con material auxiliar y recogida en cinco cajas.*



En este momento, tomamos la decisión de espaciar las sesiones y realizarlas cada dos semanas en lugar de hacer una a la semana, con el fin de disponer de más tiempo de análisis y discusión entre una sesión y otra. La siguiente sesión vuelve a ser con 5 cajas, para comprobar que las estrategias idóneas se estabilizan. Comenzamos con el álbum “Un punto rojo” (Carter, 2004), y

con una instalación evocando varias “ciudades”, con estructuras simétricas y coronadas con pompones rojos (Figura 8, izquierda). Percibimos en los niños asombro y deseo de jugar. Durante el juego, vemos apilamientos horizontales bidimensionales (suelos), con equivalencias en longitud. Así, una unidad tiene la misma longitud que media unidad y un pilar corto, o que media unidad y dos cubos, o un pilar corto y dos cubos (Figura 8, centro). También observamos apilamientos lineales con piezas iguales; al principio con pilares largos y luego con pilares cortos.

Al recoger tras la retirada de los pompones, comienzan recogiendo de forma desordenada. La maestra les recuerda que tienen “que hacerlo igual de bien que el otro día, para que todo quede muy bien guardado”. Después, va preguntando si las piezas están bien guardadas, señalando una caja u otra y los niños van rectificando sus “errores”. Sin apenas indicaciones, se llega a la misma forma de clasificar el material de la sesión anterior (Figura 8, derecha). La maestra les felicita por “un trabajo bien hecho”, lo que produce gran satisfacción en los niños. A pesar de que en esta sesión se ha confirmado que los niños habían aprendido a clasificar las piezas en 5 cajas, la tendencia natural observada al principio ha seguido siendo guardar sin orden. Todavía no se ha adquirido un hábito sólido de guardar de forma ordenada.

La siguiente sesión es individual, pero esta vez no es de reorganización, sino de evaluación individual. Se utilizan solo 6 piezas de cada tipo, para que no se haga pesada la actividad. Todos los niños demuestran haber interiorizado el trabajo anterior, lo que permite pasar a un número distinto de cajas, para “obligar” a adoptar una estrategia de clasificación diferente.

#### **4.1.2. Sesiones con 2 cajas**

Comenzamos el segundo trimestre. Una de las niñas, Laura, se ha ido del colegio, así que continuamos con 5 niños. Pasamos de guardar en cinco cajas a guardar en dos cajas y sustituimos las cajas de plástico por dos cajas de cartón mayores, para que quepan todas las piezas. En esta actividad, nos parecerá satisfactoria cualquier forma de guardar en la que todas las piezas del mismo tipo estén en la misma caja. Esperamos una selección, las que cumplen una propiedad y las demás, o un tipo de pieza y los demás; una clasificación simple atendiendo al tamaño, volumen, separando las grandes de las pequeñas; o una clasificación simple atendiendo al grosor, separando las delgadas, cubos y pilares, de las gruesas, unidades y medias unidades. Continuamos con indicaciones generales, intentando no dar un criterio “tenéis que guardarlas ordenadas y no todas mezcladas”. Empezamos con el álbum “Ruido blanco” (Carter, 2010) y el material se presenta en forma radial, con cada tipo de pieza en uno de los cinco radios. En el centro, un rollo de papel higiénico y canutillos de papel distribuidos alrededor del centro, que servirán de apoyo para la construcción (Figura 9). Aparecen construcciones más complejas con equivalencias y simetrías y se muestra interés por construir en equipo con los elementos auxiliares (Figura 9).

#### **Figura 9**

*Instalación de presentación de la octava sesión y construcciones durante el juego.*



Llegado el momento de recoger, separamos antes los rollos de papel y los canutillos. Después, la maestra ofrece las dos cajas nuevas. En ningún momento se cuestiona la ausencia de las cestas de las sesiones anteriores y comienza la recogida. Al inicio, comienzan a recoger todas las piezas en una de las cajas, dejando la otra vacía. La maestra les indica que deben utilizar la otra caja también, porque si no va a pesar demasiado la caja llena. La idea parece convencerles. Alberto comienza a seleccionar los pilares largos y los va pasando a la caja inicialmente vacía (Figura 10, izquierda). Algunos niños pasan piezas de una caja a otra sin seleccionarlas, de forma aleatoria. La maestra les indica que se deben fijar bien y poner “juntas las que van juntas”. Finalmente, adoptan la estrategia de separar las grandes (unidad, media unidad y pilar largo) de las pequeñas (cubo y pilar corto). Desde el punto de vista del volumen de las piezas, todas las piezas “grandes” tienen un volumen doble o cuádruple que el pilar corto, de modo que la diferencia en tamaño es notable, como se aprecia en la Figura 10. Al terminar, la maestra pregunta si les gusta cómo han guardado, a lo que responden que sí, y les felicita por que las piezas están “muy bien ordenadas”.

### Figura 10

*Recogida del material con dos cajas: pequeñas y grandes.*



En la sesión siguiente, volvemos a clasificar en dos cajas, para confirmar si el aprendizaje está mínimamente consolidado. La maestra narra el cuento de “Hansel y Gretel” y la instalación incluye una casa-palacio con abundantes simetrías y una fila con depresores de colores formando un patrón de repetición con una unidad de longitud 6 con varias repeticiones para que se pueda apreciar la presencia de un patrón (Figura 11, izquierda). En el juego, aparecen construcciones complejas incluyendo simetrías y equivalencias en forma y tamaño al componer “pisos iguales” a través de la composición de cada piso con distintas piezas (Figura 11, centro). Se percibe una gran motivación. Los depresores apenas se usan en las construcciones, pero sí fuera de ellas.

### Figura 11

*Instalación, equivalencias y simetrías y recogida en dos cajas.*



En la recogida, primero se guarda el material auxiliar, los depresores. Esto se hace de forma rápida en una bolsa. Al guardar las piezas, la maestra pregunta si saben cómo guardarlas, a lo que Gabriel responde “van las grandes”. Todos escuchan y comienzan a introducir las piezas grandes

en una de las cajas hasta completar la clasificación esperada (Figura 11, derecha). Es la primera vez que se anticipa un criterio explícito de clasificación. Esto lo hace uno de los niños, no la maestra, que solo interviene a través de preguntas para acompañar el pensamiento infantil.

Tras dos sesiones con un guardado satisfactorio de las piezas en dos cajas, sigue la sesión de evaluación individual. La maestra les va sacando del aula, uno por uno, y solicita ayuda para guardar unas cuantas piezas. En esta sesión, todos los niños separan las grandes de las pequeñas.

Acabada esta sesión, tuvimos un debate en el equipo sobre cómo continuar, con 3 cajas o con 4. Después de haber clasificado en 5 cajas y en 2, vemos el uso de 4 cajas como partir de la clasificación en 5 cajas y juntar las dos clases más similares. Esto podría consistir en juntar cubitos y pilares cortos, como pequeñas; también pilares cortos y largos, como pilares; o unidades y medias unidades, como piezas anchas. Por otra parte, la clasificación en 3 cajas podría partir, de la clasificación en 2 cajas, estableciendo subclases en una de ellas. Valorando todas las posibilidades, pero sin saber qué opción iban a tomar los niños, y con muchísimo interés por ver qué deciden hacer, optamos por continuar con 4 cajas.

#### 4.1.3. Sesiones con 4 cajas

Hasta ahora, habíamos visto pocos cerramientos. Estos surgen enseguida cuando das animales de plástico a los pequeños. Así que propusimos una construcción en espiral, a modo de cerramiento en torno a los animales (Figura 12, izquierda) y lo acompañamos por la presentación del álbum “1, 2, 3 al zoo” (Carle, 2006). Los niños parecen responder de la forma esperada y aparecen diversos cerramientos rodeando a los animales (Figura 12, centro). La construcción adquiere cierta complejidad. Más allá de haber un cerramiento, vemos varios apilamientos verticales en el borde, hechos con piezas iguales, lo que implica una selección. También hay una gran torre de gran altura que supone un reto a estas edades. Requiere habilidad de resolución de problemas, hacer una base ancha, y abordar cierta reflexión implícita sobre el equilibrio.

#### Figura 12

*Instalación, cerramiento y recogida con 4 cajas.*



En la clasificación, se opta por juntar los cubos y los pilares cortos, las pequeñas, colocando cada uno de los tres tipos en cada una de las tres cajas restantes (Figura 12, derecha). La solución dada por los niños se alcanza de forma rápida y parece una adaptación del conocimiento adquirido en las sesiones anteriores. Y los intentos de guardar sin orden van desapareciendo.

En la siguiente sesión repetimos con 4 cajas, siguiendo el esquema de afianzar los logros anteriores. Partiendo del cuento “Las diez gallinas” (Dupuis, 2006), presentamos animales de granja de plástico guardados en “establos”, en una instalación con simetrías, cerramientos y patrones de repetición. Todos son elementos que aparecen en las construcciones infantiles y que utilizamos mezclados en la instalación buscando provocar emociones estéticas (Figura 13,

izquierda). En las construcciones, vuelven a aparecer los cerramientos, alguna simetría incipiente, y el uso decorativo de los animales rematando las construcciones. Los niños repiten la forma de guardar de la sesión anterior sin advertirse dificultades en el proceso.

### Figura 13

*Instalación de presentación de la sesión 12, cerramientos y clasificación en 4 cajas.*



Tras dos sesiones de éxito con 4 cajas, sigue la sesión individual de evaluación. Todos guardan las piezas como hemos visto en estas últimas sesiones a excepción de Alba, que junta los pilares cortos y largos en lugar de los cubos y los pilares cortos. Esta solución era otra de las previstas inicialmente. La idea detrás de la misma parece ser dar prioridad a la forma, fijándose en los pilares como piezas delgadas y alargadas, sobre el tamaño, en que se atiende más al volumen. Las dos formas de clasificar el material las consideramos igualmente válidas. En la reunión de evaluación tras la sesión, la maestra comparte que Alba tuvo un conflicto, durante la sesión, por un juguete y abandonó enfadada tanto el juego como el guardado. En todo caso, su estrategia, válida pero diferente de la sesión anterior en la que sí participó, la interpretamos como indicadora de flexibilidad y de una buena comprensión.

#### **4.1.4. Sesiones con 3 cajas**

La propuesta finaliza con el uso de 3 cajas. Comenzamos compartiendo en grupo, con el videoprojector, el álbum “No es una caja” (Portis, 2020). La instalación, relacionada con el cuento, se completa con varias cajas de plástico como elemento auxiliar. En ella proponemos construcciones ricas en patrones y simetrías que esperamos que resulten llamativas. Los niños parecen disfrutar asombrados con la presentación y muestran gran motivación en el juego de construcción. Utilizan las cajas para construir encima y aparecen disposiciones simétricas en la colocación de las piezas (Figura 14). Además, juegan a “aparecer y desaparecer” dentro de las cajas, olvidándose a ratos de construir.

En el momento de clasificación, los niños parecen basarse en la solución de días anteriores. Comienzan guardando directamente los cubos con los pilares cortos, que llaman piezas “pequeñas”. Después, guardan los pilares largos en una caja y las unidades en otra. Finalmente, a medida que la clasificación va avanzando y llegando a su final, es Gabriel quien comienza a introducir las medias unidades junto a las unidades y el resto de los niños le siguen. Las medias unidades tienen el mismo tamaño (volumen) que los pilares largos, pero difieren mucho en la forma, y en la anchura, que las asemeja más a las unidades. En cada momento, todos se fijan en las piezas ya guardadas, descubriendo el patrón de similitud y continuando de forma coherente hasta completar el guardado sin errores (Figura 14).

### Figura 14

*Instalación, construcciones sobre las cajas y clasificación en tres cajas.*



Para finalizar, repetimos con 3 cajas para la recogida. Contamos “Un regalo diferente” (Azcona, 2020). Enfatizamos los apilamientos superficiales horizontales (embaldosados), la forma rectangular global del diseño, y la equivalencia presente al componer, con varias piezas, otras del material. En esta sesión, a los niños parece costarles destruir lo que encuentran construido. Pronto comienzan a construir una serie de patrones en horizontal (media unidad, pilar largo, cubo..., Figura 15, izquierda). Además, siguen estableciendo equivalencias y buscando simetrías. Por ejemplo, dos unidades unidas a lo ancho equivalen al largo de otra unidad (Figura 15, centro). El juego, en esta sesión, es más individual, pero comparan construcciones unos con otros y parecen asombrados por lo que hacen sus compañeros, queriendo imitarse.

Finalmente, repiten la clasificación de la sesión anterior (piezas grandes, pilares largos y piezas cortas). En esta última sesión, observamos que el hábito de colocar las piezas cuidadosamente, buscando el orden, parece ya adquirido (Figura 15, derecha). En la última sesión de evaluación individual, tras la undécima sesión, todos los niños dan muestras de haber interiorizado el proceso de clasificación.

### Figura 15

*Apilamientos horizontales con patrón de repetición, simetrías y clasificación en tres cajas.*



## 4.2. Síntesis global de resultados y discusión

Este apartado lo dividimos en cuatro partes, siguiendo el esquema de la Figura 1, adaptada de Prediger y Zwetschler (2013) y basándonos en la teoría de las trayectorias de aprendizaje que fundamenta el diseño (Clements y Sarama, 2015). Distinguimos dos aspectos del diseño: el efecto del diseño “básico”, anterior a la implementación, y el rediseño, incluyendo las modificaciones que hemos introducido a partir de las reuniones del equipo investigador tras cada sesión, durante la experimentación. A continuación, describimos lo que hemos descubierto sobre el pensamiento

infantil, que se incorpora a nuestro conocimiento sobre los *caminos de aprendizaje* para la clasificación. Y, por último, incluimos resultados sobre las actividades y el *camino de enseñanza*.

#### ***4.2.1. El funcionamiento del diseño base de la trayectoria propuesta***

El diseño básico del camino de aprendizaje con el cambio del número de cajas de una sesión a otra lo consideramos un éxito. Los niños han guardado las piezas de la siguiente forma: (1) en cinco cajas: unidades; medias unidades; pilares largos; pilares cortos; cubos; (2) en dos cajas: unidades, medias unidades, pilares largos (grandes); y cubos y pilares cortos (pequeñas); (3) en cuatro cajas: unidades; medias unidades; pilares largos; pilares cortos y cubos (pequeñas); (4) en tres cajas: unidades y medias unidades (grandes); pilares largos (alargadas); pilares cortos y cubos (pequeñas). En cada caso hemos puesto, entre paréntesis, cuál es la característica que pensamos que los niños han adoptado como propiedad característica de la clase. Estas clasificaciones han sido empleadas por todo el alumnado, tanto en las sesiones grupales como en las individuales. Y hemos observado una evolución en la interiorización del hábito de guardar de forma ordenada, por oposición la actitud inicial de intentar retirar el material del suelo sin orden, sin cuidado, y sin prestar atención a las características de las piezas.

Al pasar de guardar en cinco cajas a guardar en dos cajas, los niños dan un salto en la clasificación. Se pasa de poner juntas solo las piezas que son iguales, con cinco cajas, a poner juntas piezas diferentes, pero con una característica común. Este paso de la igualdad a la equivalencia es característico de la clasificación. Recordamos que en materiales como los Bloques Lógicos de Dienes, dentro de los 48 bloques, no hay dos piezas iguales, de modo que siempre que se forma una clase es con objetos diferentes que comparten alguna propiedad común (ser triángulos, tener color rojo, etc.).

#### ***4.2.2. El rediseño de la propuesta***

El primer resultado de una investigación basada en el diseño es el propio rediseño de la propuesta. Durante las reuniones entre cada sesión hemos ido incorporando modificaciones en el diseño de muy distinto tipo, que pensamos que han mejorado la propuesta. Entre ellas:

- Iniciar las sesiones con cuentos que estimulen el trabajo de construcción.
- Dar las piezas de construcción en forma de “instalación artística” a fin de mejorar la localización, distribución de las piezas, y organización del espacio de construcción y estimular el reconocimiento y producción de patrones.
- Elaborar un listado de intervenciones verbales permitidas y otras “prohibidas” para que el alumnado tienda a clasificar más que a amontonar aleatoriamente en cajas, manteniendo el principio de no dar a los niños un criterio de clasificación para que sean ellos los que tengan que proponer uno.
- Mejorar el establecimiento de reglas, y su recuerdo, para cuidar el material, fomentar el respeto entre compañeros, reducir la impulsividad, y aumentar la reflexión. Todos estos aspectos inciden en la calidad de la “actividad matemática”.
- Distanciar las sesiones de construcción dos semanas para disponer de tiempo suficiente para analizar retrospectivamente cada sesión y diseñar los cambios.
- Incorporar sesiones individuales extra con una función de “organización mental” y evaluación.

Pensamos que la propia descripción sobre la propuesta que aportamos en este artículo, en ocasiones prolija, posibilitará la implementación de una propuesta similar en otras aulas con alumnado de estas edades.

#### ***4.2.3. El pensamiento infantil y el camino de aprendizaje***

Por otra parte, esperamos que este estudio arroje luz sobre las capacidades de clasificación del alumnado de 2 años, siempre que los niños se encuentren en unas condiciones semejantes a las que planteamos en nuestra propuesta, lo cual nos parece crucial para obtener resultados comparables. En este estudio, los niños de 2 años han clasificado correctamente, tanto grupal, como individualmente después, un material con piezas del mismo color y de una forma similar (todo son prismas), con diferencias en las dimensiones, superficie y volumen. Han hecho las clasificaciones inventando un criterio y adaptándolo de forma flexible a circunstancias cambiantes (el número de cajas) de una sesión a otra. En una sesión, uno de los niños dijo: “El otro día había otra caja”, a lo que su maestra simplemente respondió “Hoy hay una menos”. Este comentario indica que el niño es consciente de que las circunstancias han cambiado y que debe responder de una manera diferente, adaptando la solución al problema anterior o inventando una solución nueva.

¿Es coherente haber encontrado respuestas infantiles, con alumnado de 2 años, tan diferentes a las referidas por Piaget e Inhelder (1976) en su descripción del estadio de las colecciones figurales? Nuestra respuesta sería que ambas situaciones son difícilmente comparables, por el uso de cajas que hemos hecho en nuestra propuesta y por la familiaridad que tienen los niños de esas edades con la actividad de guardar los juguetes. Por el contrario, nuestros resultados coinciden en gran medida con la descripción de Langer y otros (2003). Los niños de dos años han pasado de guardar en un grupo objetos iguales (cubos) a juntar en el mismo grupo cubos y pilares cortos (pequeños), pilares cortos y largos (pilares, o figuras alargadas) y (unidades y medias unidades, figuras grandes, o anchas). También aparece la figura del “recolocador”, que espontáneamente desempeñan niños de 2 años, dedicándose a reubicar objetos que consideran mal clasificados. Este rol se había descrito a los 2 años, y la capacidad de reclasificar objetos parece generalizarse en alumnado de 3 años (Langer et al., 2003; Clements y Sarama, 2015).

#### ***4.2.4. Las actividades y el camino de enseñanza***

El resultado que consideramos más importante como aportación a este tipo de intervención en el aula ha sido la inclusión de sesiones individuales de “organización” y valoración individual que no estaban previstas inicialmente. Cuando comenzamos las sesiones, siguiendo el esquema de la Figura 3, el proceso con 5 cajas resultó más lento de lo esperado. Tras la tercera sesión, vimos la necesidad de incorporar un momento de evaluación individual para poder comprender qué estaba sucediendo y cuál era la dificultad que impedía avanzar al grupo. Esta sesión extra nos ha ayudado a comprender mejor la diferencia entre el trabajo grupal y el individual en el guardado del material. En las sesiones en grupo, un aspecto muy interesante es que siempre hay algún niño “avanzado”, como Alberto (Figuras 6 y 7) que se sienta junto a las cajas y se dedica a recolocar las piezas mal colocadas. Este rol, adoptado por iniciativa propia, facilita que el orden se vaya abriendo paso, y que los niños que vengan después a guardar piezas puedan advertir el patrón de similitud en las ya guardadas y ajustarse a él. Así, los niños “recolocadores” coinciden con la

descripción de Langer et al. (2003, p. 147) de niños que, a los 21 meses, son capaces de corregir errores clasificatorios, como detectar un círculo entre cuadrados o una figura roja entre otras verdes; es decir, de encontrar qué figura no pertenece a la clase. En algunas sesiones, hemos tenido la sensación de que el guardado del material de construcción se convertía en una “competición” entre los niños que tenían claro como guardar de forma ordenada y los que solo querían retirar los objetos del suelo en una caja cualquiera, sin crear un cierto orden en el guardado. Por otra parte, las sesiones individuales de organización no tienen la ayuda del compañero avanzado que ayuda a crear un patrón y a que lo identifiquen los demás, pero permiten a los niños pensar, sin que acciones posiblemente irreflexivas de los compañeros, o con un criterio diferente, obstaculice el pensamiento propio.

## 5. CONCLUSIONES E IMPLICACIONES PARA LA ENSEÑANZA

Esperamos haber mostrado que las situaciones de clasificación que planteamos distan mucho del enfoque de la clasificación con actividades de traducción entre las definiciones por comprensión y por extensión de una clase (Dienes y Golding, 1966/1984a, 1966/1984b); también de otras actividades “de clasificación” que vemos en distintos [vídeos](#) con niños de 0 a 3 años. En algunos de ellos, un niño debe distribuir las bolas de un cesto blanco, de colores verde, azul, amarillo y rojo, en bandejas a su alrededor con los mismos colores. Esta actividad sería similar a una actividad con bloques lógicos, con 4 aros en el suelo, con tarjetas de simbolización que representen los colores de los bloques lógicos. En todas estas actividades, se da el criterio de clasificación; no lo establece el niño. Más que una actividad de clasificación se trata de una asociación por color: bola verde en la bandeja verde, etc. Esta actividad para niños de 0 a 3 años es una adaptación de las actividades directas de clasificación con bloques lógicos, donde la definición por comprensión de las clases se da a través de los colores de los recipientes y la clasificación se simplifica porque las bolas tienen una única variable, el color, a diferencia de los Bloques Lógicos de Dienes, que tienen 4.

Pensamos que las implicaciones de esta investigación para la docencia, y en un sentido aún más amplio para la Educación, son bastante evidentes. Los niños realizan a diario múltiples actividades dentro y fuera de la escuela. En cada una de ellas, recoger después de la actividad es un acto profundamente educativo que trasciende la Educación Matemática. Hay que guardar, o recoger, después de jugar, después de comer, cambiarse de ropa, pintar, hacer deberes, leer, etc. Lo que planteamos es la posibilidad de potenciar la actividad de guardar o recoger, desde un punto de vista matemático, si en lugar de dar instrucciones directas y específicas sobre dónde debe ir cada cosa, proponemos una situación más abierta, menos dirigida, guiada por el objetivo de tener las cosas localizadas, conservarlas en buen estado, cuidar las cosas con las que jugamos, etc.

Por último, desde el punto de la didáctica más específica de 0 a 3 años, le hemos dado muchas vueltas a cómo valorar nuestra propia propuesta en la “tensión entre el aprendizaje académico y el aprendizaje en situaciones holísticas de juego” (Lee, 2010, p. 24). Sabemos que, a partir de los 3 años, en el segundo ciclo de Educación Infantil, ya hay numerosos programas que plantean a los niños “lecciones matemáticas estructuradas en una secuencia predeterminada” (p. 25). Esto puede verse en el detalle de las trayectorias de aprendizaje propuestas por Clements y Sarama (2015). Sin embargo, en el ciclo de 0 a 3 se hacen unos planteamientos didácticos más abiertos, menos centrados o dirigidos a contenidos matemáticos, más exploratorios, más caracterizados por un juego libre estimulado a través de la selección de materiales o la organización de espacios (Alsina, 2015; Alsina et al., 2022; Edo, 2017). Hemos intentado respetar esta forma de promover

el aprendizaje matemático, más cercana al juego en situaciones enriquecidas que sabemos que potencian las matemáticas, que a actividades más propias del siguiente ciclo (3 a 6 años). Así, nos planteamos optimizar, desde el punto de vista del aprendizaje matemático, el momento habitual de guardar después de jugar. Como hemos dicho, pensamos que este momento tiene un gran valor educativo, más allá de las matemáticas, y un gran potencial para aprender a pensar matemáticamente, crear y descubrir patrones de similitud, y comenzar a dar una estructura al entorno de los niños y a su propio pensamiento. Y a pesar de que, para nosotros, la actividad tenía una gran profundidad matemática, y estaba dirigida al aprendizaje de la clasificación, pensamos que los niños vivieron la recogida de una forma, más o menos, “natural”. No obstante, en algunos momentos advertimos claramente que los niños notaban que se trataba de una forma diferente de guardar las cosas. De un modo más o menos indirecto, los niños captaban y trataban de ajustarse a nuestras expectativas sobre lo que los investigadores considerábamos una “forma de guardar satisfactoria”.

En futuros trabajos, trataremos de estudiar cómo guardan los niños de 0 a 3 otros materiales de características diferentes, con propuestas abiertas similares a la que hemos presentado en este estudio. Trataremos de cuidar, atender y preservar la identidad de la actividad infantil en 0 a 3, a través del juego libre en entornos enriquecidos, favoreciendo experiencias educativas libres, abiertas, exploratorias y globales, y cuidando de no adelantar un tipo de actividad más orientada a contenidos matemáticos concretos, más propia de etapas educativas posteriores.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alsina, Á., Berciano, A., De Castro, C., Edo, M., Giménez, J., Jiménez, C., y Vanegas, Y. (2022). Matemáticas en la Educación Infantil. En L. J. Blanco, N. C. Rodríguez, M. T. G. Astudillo, A. Moreno-Verdejo, G. M. S. M. García, C. de Castro-Hernández, y C. Jiménez-Gestal (Eds.). (2023). *Aportaciones al desarrollo del currículo desde la investigación en educación matemática* (107-147). Universidad de Granada. [https://editorial.ugr.es/ebook/131091/free\\_download/](https://editorial.ugr.es/ebook/131091/free_download/)
- Alsina, Á. (2015). *Matemáticas Intuitivas e Informales de 0 a 3 Años: Elementos para empezar bien*. Narcea.
- Alsina, Á., y Bosch, E. (2025). Del GAMAR a la escuela: principios sobre el uso de materiales manipulativos en el aula de matemáticas. *Números: Revista de didáctica de las matemáticas*, 119, 73-89. <https://scpm-luisbalbuena.org/wp-content/uploads/2025/03/119-11-Materiales.pdf>
- Alsina, Á., y León, N. (2016). Acciones matemáticas de 0 a 3 años a partir de instalaciones artísticas. *Educatio Siglo XXI*, 34, 33-62. <https://doi.org/10.6018/j/263801>
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de situaciones didácticas*. Libros del Zorzal.
- Chamorro, C. (2005). Herramientas de análisis en Didáctica de las Matemáticas. En C. Chamorro (Coord.), *Didáctica de las Matemáticas para Educación Infantil* (pp. 39-62). Pearson.
- Clements, D. H., y Sarama, J. (2015). *El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas a temprana edad: El enfoque de las trayectorias de aprendizaje* (Trad. O.L. León Corredor et al.). Learning Tools. (Trabajo original publicado en 2009).
- De Castro, C., y Flecha, G. (2012). Buscando indicadores alternativos para describir el desarrollo del juego de construcción con niños de 2 y 3 años. En M. Marín y N. Climent (eds.),

- Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 455-482). Ciudad Real: SEIEM.
- Devlin, K. (1994). *Mathematics: The Science of Patterns*. Scientific American Library. <https://ia800603.us.archive.org/7/items/B-001-001-218/B-001-001-218.pdf>
- Dienes, Z.P., y Golding, E.W. (1966/1984a). *Los primeros pasos en matemática. 1: Lógica y juegos lógicos*. Teide.
- Dienes, Z.P., y Golding, E.W. (1966/1984b). *Los primeros pasos en matemática. 2: Conjuntos, números y potencias*. Teide.
- Edo, M. (2017). Mirada matemática sobre los juegos en la infancia. En M. Edo, S. Blanch y M. Anton (Coords.), *El juego en la primera infancia* (pp. 133-182). Octaedro.
- Flecha, G. (2014). Matemáticas y literatura de 0 a 3: No es una caja. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 3(1), 74–80. <https://doi.org/10.24197/edmain.1.2014.74-80>
- García Manjón-Cabeza, A. (2019). El juego de construcción para el desarrollo del pensamiento matemático en un aula de 2-3 años. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 8(1), 58–88. <https://doi.org/10.24197/edmain.1.2019.58-88>
- Hynes-Berry, M., Chen, J.Q., y Abel, B. (2021). *Precursor math concepts: The wonder of mathematical worlds with infants and toddlers*. Teachers College Press.
- Langer, J., Rivera, S., Schlesinger, M., y Wakeley, A. (2003). The origins of logic: Six to twelve-month-old infants' acquisition of logical foundations. *Developmental Science*, 6(4), 431–441.
- Lakoff, G., y Núñez, R. E. (2000). *Where Mathematics Comes From: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*. Basic Books.
- Lee, S. (2010). *Toddlers as Mathematicians: A case study. Early Mathematical Concept Development in Outdoor Play*. Lambert Academic Publishing.
- Michelet, A. (1977). *Los útiles de la infancia*. Herder.
- Molina, M., Castro, E., Molina, J. L., y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias: Revista de investigación y experiencias didácticas*, 29(1), 75-88. <https://doi.org/10.5565/rev/ec/v29n1.435>
- Piaget, J., y Inhelder, B. (1976). *Génesis de las estructuras lógicas elementales*. Guadalupe.
- Prediger, S., y Zwetschler, L. (2013). Topic-specific design research with a focus on learning processes: The case of understanding algebraic equivalence in grade 8. In T. Plomp, y N. Nieveen (Eds.), *Educational design research – Part B: Illustrative cases* (pp. 407-424). SLO. <https://wwwold.mathematik.tu-dortmund.de/~prediger/veroeff/13-EDR-Prediger-Zwetschler-Topic-Specific-Design-Research.pdf>
- Ruesga Ramos, M.P. (2003). *Educación del razonamiento lógico matemático en Educación Infantil*. Tesis doctoral. Universitat de Barcelona. <https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/1308/TESIS.pdf>
- Sarama, J., y Clements, D. H. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. Routledge.



# Experiencia de Aula: Enseñanza de las Matemáticas a través de la Náutica

Elena Segade

IES Alfredo Brañas, [elena.segade@edu.xunta.gal](mailto:elena.segade@edu.xunta.gal)

José Balsa

CIFP Universidad Laboral, [jfbalsa@edu.xunta.gal](mailto:jfbalsa@edu.xunta.gal)

**Resumen:** Este artículo describe una experiencia de aula que combina matemáticas y náutica en tercer curso de la ESO (Educación Secundaria Obligatoria), alumnos de 14 años. A través de once actividades, los estudiantes aplicaron conceptos matemáticos en contextos marítimos, como la conversión de unidades náuticas, el cálculo de velocidades en nudos y la interpretación de datos meteorológicos. La experiencia aumentó significativamente la motivación y participación, vinculando conceptos matemáticos con aplicaciones prácticas en la navegación. Además, mejoró su capacidad para resolver problemas en equipo, fomentando la colaboración. Aunque surgieron desafíos, este enfoque interdisciplinario demostró ser efectivo para enriquecer el aprendizaje y preparar a los estudiantes para futuros retos académicos.

**Palabras clave:** Educación secundaria, matemáticas, náutica, situación de aprendizaje.

## Classroom Experience: Teaching Mathematics through Nautical Studies

**Abstract:** This article describes a classroom experience that combines mathematics and nautical studies for third-year ESO (High School), fourteen-year-old students. Through eleven activities, students applied mathematical concepts in maritime contexts, such as converting nautical units, calculating speeds in knots, and interpreting meteorological data. The experience significantly increased motivation and participation by linking mathematical concepts with practical applications in navigation. Additionally, it improved their problem-solving abilities in team settings, fostering collaboration. Although challenges emerged, this interdisciplinary approach proved effective in enriching learning and better preparing students for future academic challenges.

**Keywords:** Learning situation, mathematics, nautical, secondary education.

## 1. INTRODUCCIÓN

La enseñanza de las Matemáticas en el aula enfrenta el desafío constante de conectar conceptos abstractos con aplicaciones prácticas que motiven y comprometan a los estudiantes. En este contexto, la interdisciplinariedad se presenta como una estrategia efectiva para hacer más accesibles y relevantes los contenidos matemáticos. La náutica, con su rica historia y su uso extensivo de conceptos matemáticos, ofrece una oportunidad única para integrar estas dos disciplinas de manera significativa.

Este artículo presenta una experiencia de aula que combina Matemáticas y náutica, desarrollada en un entorno educativo del tercer curso de educación secundaria. El proyecto se centra en la aplicación de conceptos matemáticos esenciales a situaciones prácticas de

navegación, proporcionando a los estudiantes una comprensión contextualizada de temas como la conversión de unidades, la interpretación de datos meteorológicos, la velocidad en nudos, y el cálculo de profundidades y distancias.

La propuesta se alinea con las nuevas orientaciones educativas que promueven el aprendizaje STEM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas) y enfatizan la importancia de la educación práctica e interdisciplinaria. Además, busca fomentar habilidades críticas y analíticas en los estudiantes, al tiempo que les brinda una apreciación del valor y la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y en campos profesionales específicos.

A lo largo de este artículo, se describen las actividades diseñadas e implementadas, los recursos utilizados y las metodologías adoptadas para trabajar el currículo de matemáticas de tercero de la ESO y su aplicación a la náutica de forma interdisciplinaria. También se presentan los resultados y reflexiones derivadas de esta experiencia, con el objetivo de ofrecer un modelo replicable para otros educadores interesados en explorar enfoques innovadores en la enseñanza de las Matemáticas.

En la serie de actividades propuestas se persiguen los siguientes objetivos:

- Facilitar la comprensión y el uso de conceptos matemáticos a través de situaciones náuticas sencillas.
- Potenciar el enfoque interdisciplinario en la comprensión y motivación hacia el aprendizaje de las matemáticas.
- Identificar los beneficios y limitaciones encontradas durante la implementación de actividades relacionadas con las matemáticas y la náutica en un aula de educación secundaria.
- Proveer un modelo educativo replicable para que otros docentes puedan replicar esta experiencia en sus aulas.

## 2. MARCO TEÓRICO

La integración de las Matemáticas con otras disciplinas ha sido ampliamente estudiada en la literatura educativa, destacándose como una estrategia eficaz para mejorar la comprensión y la motivación de los estudiantes. En particular, la náutica ofrece un contexto práctico y aplicable para la enseñanza de conceptos matemáticos fundamentales. La navegación marítima, con su dependencia en cálculos precisos y la interpretación de datos, puede hacer que las Matemáticas sean más tangibles y relevantes para los estudiantes. Según Gamboa y Fonseca (2014), la aplicación de Matemáticas en contextos reales, como la náutica en esta experiencia de aula, mejora la motivación y el compromiso de los estudiantes con la materia.

Asimismo, la integración de las Matemáticas con disciplinas STEM ha mostrado beneficios significativos. Los autores Flores-Fuentes y Juárez-Ruiz (2017) sugieren que el aprendizaje basado en proyectos y el enfoque STEM pueden mejorar notablemente la comprensión conceptual y las habilidades de los estudiantes. Este enfoque interdisciplinario permite a los estudiantes ver las conexiones entre las Matemáticas y su aplicación en el mundo real, lo que aumenta su interés y rendimiento en la materia. Sin embargo, en el ámbito específico de la náutica, apenas existen artículos o publicaciones que hayan documentado experiencias exitosas de integración de educación náutica en el aula de secundaria.

Además de los enfoques interdisciplinarios, las prácticas innovadoras en la enseñanza de las matemáticas, como el uso de materiales manipulativos y herramientas digitales, han demostrado ser efectivas. La aplicación de metodologías activas y participativas en la enseñanza de las matemáticas también ha sido ampliamente respaldada por la investigación educativa. Según Puga y Jaramillo (2015), el aprendizaje colaborativo y las actividades prácticas mejoran el rendimiento y la actitud de los estudiantes hacia las matemáticas. En este sentido, sostienen que las actividades que implican la resolución de problemas del mundo real y la colaboración entre pares fomentan una comprensión más profunda y duradera de los conceptos matemáticos.

Por lo tanto, la literatura muestra que la integración de las matemáticas con otras disciplinas, apoyada por metodologías activas e innovadoras, puede tener un impacto positivo significativo en el aprendizaje de los estudiantes. Es por ello, que se ha propuesto una secuencia de actividades basada en un contexto náutico para el trabajo de saberes matemáticos básicos.

### 3. DESCRIPCIÓN DE LA SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

Esta situación de aprendizaje multidisciplinar de matemáticas y náutica está diseñada para estudiantes de los últimos dos cursos de secundaria, se busca desarrollar las competencias matemáticas aplicadas en el contexto marítimo. A lo largo de once actividades, los estudiantes explorarán cómo conceptos matemáticos fundamentales tales como las conversiones de unidades y el cálculo de velocidad en nudos se aplican directamente a situaciones náuticas reales. Además, interpretarán partes meteorológicas y aprenderán a determinar la profundidad y el círculo de borneo a partir de cartas náuticas. Las actividades incluyen también la planificación de una ruta marítima, la consideración de la dirección del viento y la comprensión de señales marítimas.

La metodología empleada fomenta el aprendizaje activo mediante el uso de herramientas digitales, simulaciones prácticas y trabajo cooperativo, asegurando que los estudiantes no solo adquieran conocimientos teóricos, sino que también desarrollen habilidades prácticas y críticas, promoviendo un aprendizaje significativo aplicado en el contexto náutico.

Para la implementación de esta secuencia didáctica, se utilizarán diversos materiales esenciales, incluyendo mapas náuticos y cartas de navegación, software de geometría dinámica y calculadoras que serán fundamentales para enriquecer la experiencia educativa y facilitar la comprensión de los conceptos abordados.

La secuencia didáctica se organiza en tres bloques en torno a la situación de aprendizaje consistente en planificar una ruta marítima entre el puerto deportivo de A Coruña y la isla del Castillo de Santa Cruz en el ayuntamiento limítrofe de Oleiros. Se trata de una experiencia completa de navegación aplicada a las Matemáticas que se ha estructurado en tres bloques.

En el primer bloque de actividades denominado *Prepararse antes de salir a navegar* los estudiantes aprenden a convertir unidades náuticas al Sistema Internacional, interpretar partes meteorológicas y determinar la ruta de viaje. El segundo bloque, *Saliendo del puerto*, se centra en la consideración de la dirección del viento para determinar los puntos de amarre de la embarcación que deben ser soltados en último lugar, y el cálculo de velocidad y tiempo de la ruta náutica planeada, con especial énfasis en la identificación y el respeto de las balizas y señales marítimas. Finalmente, en el bloque *Fondeando* los estudiantes aplican sus conocimientos para calcular la cantidad de cabo necesario para fondear, entender el concepto de borneo y utilizar herramientas digitales para determinar la profundidad adecuada y en base a ella calcular el círculo de borneo.

Esta serie de actividades han sido llevadas al aula con un grupo de 21 alumnos que son distribuidos en la forma que se detalla cada actividad. Como es un número impar en caso de actividades en parejas, se conformó uno de los grupos con 3 alumnos.

### 3.1. Prepararse antes de salir a navegar

Las primeras actividades propuestas están relacionadas con la preparación previa a salir a navegar. Para ello se han diseñado actividades en las cuales los estudiantes tienen que aprender a interpretar el parte meteorológico, atendiendo a elementos que afectan las condiciones en el mar. Luego, deben realizar una actividad para interpretar la dirección del viento y reflexionar sobre cómo esta información influye en la planificación de la ruta marítima. Además, se aborda la importancia de entender la frecuencia y el período de las olas, así como las variaciones de mareas, para navegar de manera segura y eficiente. Finalmente, se enseña a convertir millas náuticas a unidades de longitud del Sistema Internacional.

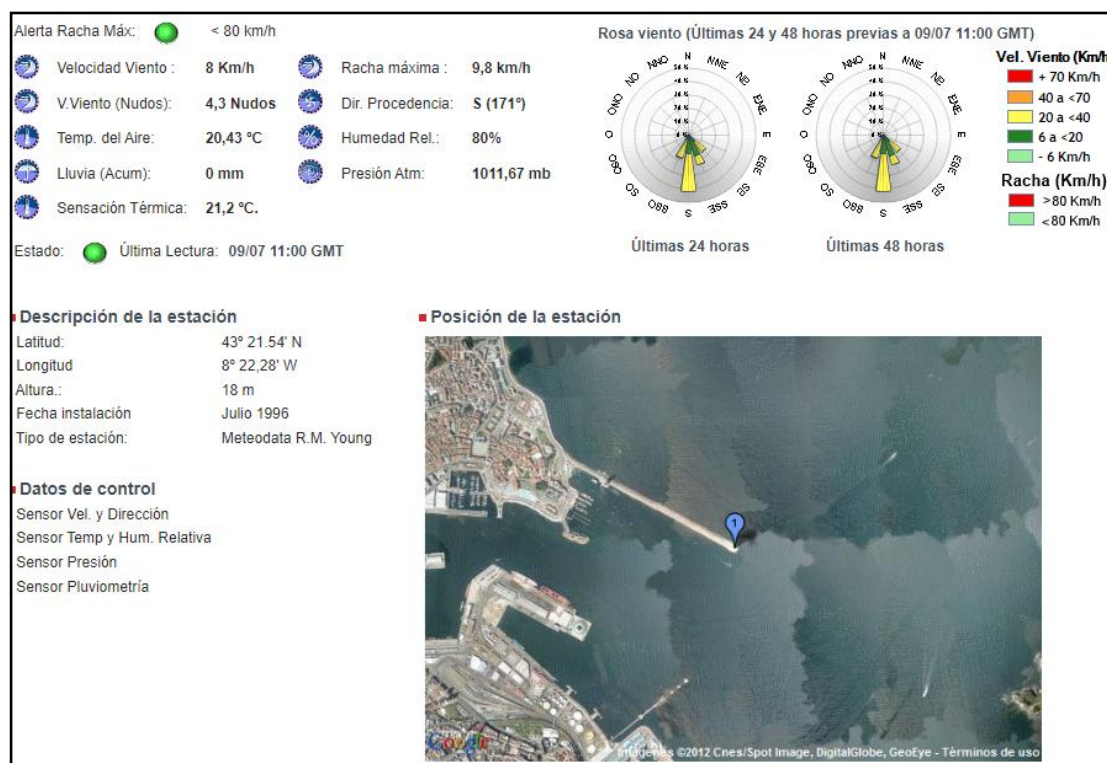
#### 3.1.1. Actividad 1: Interpretación del Parte Meteorológico

En esta primera actividad, de forma individual, los estudiantes se introducen en la lectura de partes meteorológicos y su importancia en la navegación, utilizando páginas webs para obtener datos precisos.

#### Figura 1

Datos de la boya del dique de abrigo en A Coruña. Fuente:

<http://cma.puertocoruna.com/intranet/instrumentacion/Meteo/imEstacion553.aspx>



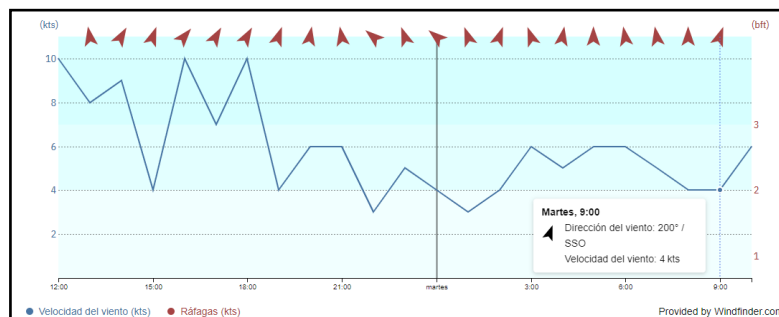
Para ello se propone que consulten los datos proporcionados por la estación meteorológica del puerto de A Coruña donde está la embarcación motora amarrada. Tienen que predecir las condiciones de navegación para la ruta indicada basada en el parte meteorológico. Para ello consultarán la web (Figura 1) y se les formulará cuestiones sobre la rosa de los vientos tales como ¿cuál es la dirección cardinal del viento en las últimas horas? El rumbo se mide en grados a partir del Norte en el sentido de las agujas del reloj ¿qué ángulo forma la dirección del viento?

#### 4.1.2. Actividad 2: Dirección del Viento

Con el objetivo de que los estudiantes aprendan sobre la importancia del viento en la navegación se les propone como segunda actividad consultar los datos de la velocidad y dirección el viento actual en la web de Windfinder (ver Figura 2). Tienen que interpretar el gráfico en el cual se indica la dirección de las ráfagas y la velocidad del viento. Se les explica que 1 kts equivale a 1,852 km/h y a continuación se les sugiere que calculen en base a los datos del gráfico a cuánto equivalen 4 kts. Deben analizar la evolución del viento identificando extremos relativos y la tendencia en las últimas horas de las que se tiene registro. Eso en relación al eje principal del gráfico, en cuanto al eje secundario se les explica que bft se refiere a la escala de Beaufort que clasifica la intensidad y fuerza del viento. Tienen que observar que oscila entre el 2 (brisa muy ligera entre 4 y 6 kts) y el 3 (brisa ligera con velocidad del viento entre 7 y 10 kts). Esta actividad se realiza de forma individual por el alumnado.

**Figura 2**

Velocidad y dirección del viento actual. Fuente: <https://es.windfinder.com/>



#### 4.1.3. Actividad 3: Frecuencia y Periodo de las Olas y mareas

Como tercera actividad se explica a los estudiantes la frecuencia de las olas, mediante la fórmula de frecuencia =  $n^{\circ}$  de repeticiones/tiempo, y el impacto en la navegación. Para ello consultarán la previsión de olas y mareas en Windfinder (Figura 3). En cuanto a las características observables de las olas del mar específicas en el puerto de A Coruña, se fijarán en los datos de altura de las olas y el intervalo de olas. En el ejemplo se les preguntará qué significa que la altura de las olas sea de 1,3 metros y que el intervalo sea de 8 segundos.

A continuación, se formulan cuestiones tales como ¿cómo se mide la altura de una ola? ¿Es la distancia vertical desde la cresta al seno de la ola? ¿Cuál es la longitud de una ola? ¿Es la distancia horizontal entre dos crestas consecutivas? ¿Cómo se mide el periodo de una ola? Para ello se les proporciona un diagrama sobre las características esenciales de una ola para que puedan entender aspectos tales como la altura o el periodo y longitud de la ola (ver Figura 4).

Después, tienen que justificar si un periodo más largo implica olas más suaves y distanciada y, por lo tanto, si es más importante para la navegación atender a datos como la longitud de la ola o el periodo de la ola. Y, por último, se pregunta: ¿cuál es la profundidad en un determinado punto en base a la información consultada sobre la altura de las olas? En este caso, se pretende que se den cuenta de que hay que sumarla a la profundidad consultada en la carta náutica. Esta actividad se propone para realizar en parejas de alumnos.

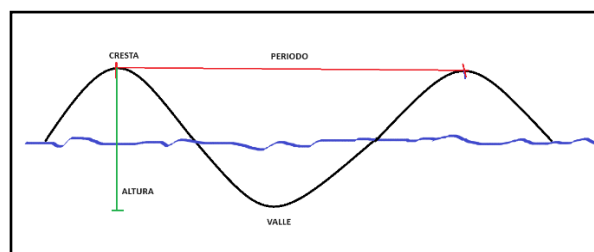
**Figura 3**

Previsión de olas y mareas en A Coruña. Fuente: <https://es.windfinder.com/>

Fecha local	Martes, Jul 09														
Hora local	7h	8h	9h	10h	11h	12h	13h	14h	15h	16h	17h	18h	19h	20h	21h
Dirección del viento	↖	↖	↖	↖	↖	↖	↗	↗	↗	↗	↗	↗	↗	↗	↗
Velocidad del viento (kts)	12	11	14	13	11	13	12	12	10	10	11	10	9	8	5
Ráfagas (max kts)	24	23	24	24	23	22	19	19	18	16	15	16	15	11	7
Nubosidad	☁	☁	☁	☁	☁	☁	☁	☁	☁	☁	☁	☁	☁	☁	☁
Tipo de precipitación		☔			☔						☔				
Precipitación (mm / h)		0.1			0.1										
Temperatura (°C)	17	17	18	18	19	20	21	20	20	21	21	21	20	19	18
Sensación térmica (°C)	17	17	18	18	19	20	21	20	20	21	21	21	20	19	18
Humedad relativa (%)	90	91	89	88	86	77	73	74	76	73	70	74	76	83	88
Presión atm. (hPa)	999	1000	1000	1001	1001	1001	1002	1003	1003	1003	1003	1003	1003	1004	1004
Dirección de las olas	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↘
Altura de las olas (m)	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	1.3	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2
Intervalo de las olas (s)	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	9	9	9
Tipo de marea	↗	↘	↘	↘	↘	↘	↘	↗	↗	↗	↗	↗	↗	↗	↘
Hora	7:19						13:17							19:32	
Altura de las mareas (m)	3.2	3.2	2.8	2.3	1.7	1.2	1	1	1.4	2	2.6	3.2	3.5	3.5	3.2

**Figura 4**

Características de las olas. Elaboración propia.

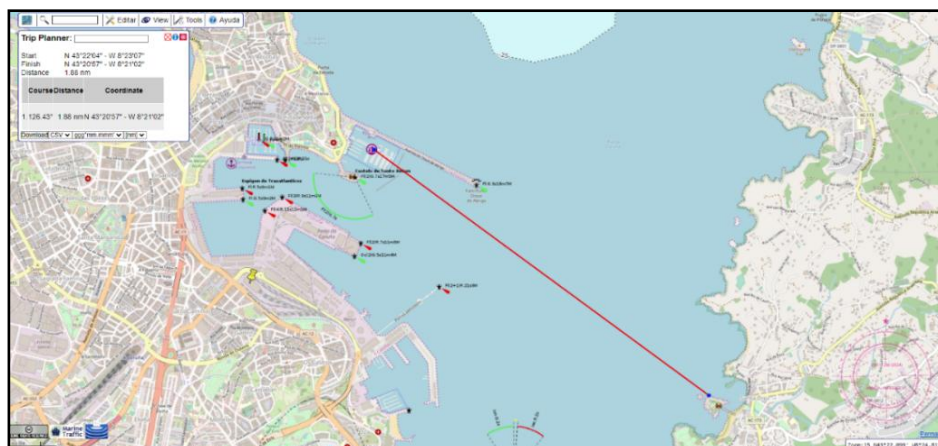


### 3.1.4. Actividad 4: Convirtiendo Millas Náuticas a Unidades Sistema Internacional

En esta actividad, los estudiantes llevan a cabo una planificación detallada del viaje náutico desde el puerto de A Coruña hasta el Castillo de Santa Cruz en Oleiros. Utilizando una carta náutica específica de esta área, en parejas, los estudiantes comienzan identificando ambos puntos de interés: el puerto de salida y el destino. Empleando las herramientas de cálculo de ruta proporcionada por la web (ver Figura 5), miden la distancia entre estos dos puntos, convirtiéndola a millas náuticas según la escala de la carta. De esta forma, los estudiantes practican la conversión de unidades, un aspecto esencial en la navegación. En concreto, convierten la distancia de 1,88 millas náuticas a kilómetros. Sabiendo que 1 milla náutica equivale a aproximadamente 1,852 kilómetros, resulta una distancia de 3,48 kilómetros.

## Figura 5

Carta náutica A Coruña al castillo de Santa Cruz (Oleiros). Fuente: <https://map.openseamap.org/>



### 3.2. Saliendo del puerto

En este segundo bloque titulado *Saliendo del Puerto* los estudiantes se centran en las actividades que permiten determinar las condiciones óptimas para una salida eficiente del puerto con la embarcación para realizar la ruta prevista anteriormente. Comienzan aprendiendo cuáles son los últimos amarres de cabo del barco que hay que soltar en función de la dirección del viento. A continuación, abordan el concepto de velocidad en nudos y la importancia de navegar a baja velocidad dentro del puerto para evitar la generación de olas que puedan afectar a otras embarcaciones. Además, los estudiantes interpretan los distintos tipos de balizas fundamentales para la orientación.

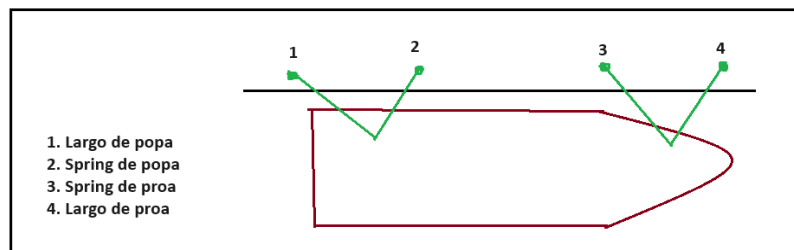
#### 3.2.1. Actividad 5: Puntos de Amarre con Cabos.

En esta actividad, por parejas, los estudiantes aprenden sobre los puntos de amarre que son fundamentales para mantener la embarcación fija y segura en el muelle, evitando que el barco se desplace debido a las corrientes, vientos y olas. En base a ello es crucial planificar el desamarre, especialmente en función de la dirección del viento, para evitar que el barco pierda estabilidad al soltar los amarres incorrectamente.

Durante el ejercicio práctico, los estudiantes reciben un diagrama de un puerto con una embarcación atracada en la que se indica la dirección del viento con una flecha en el diagrama (ver Figura 6). Con ello, tienen que justificar el orden en que se deben soltar los amarres. Se les va guiando para que se den cuenta de que deben comenzar con aquellos que no están contra el viento y dejando para el final los que sí lo están de forma que se garantiza que el viento mantenga la embarcación pegada al muelle hasta el último momento. Durante el transcurso de la actividad se le formulan cuestiones tales como ¿qué pasaría si se soltaran primero los amarres que están en contra el viento? Con ello se trata de que sean capaces de argumentar que en ese caso el viento empujaría al barco lejos del muelle.

### Figura 6

Embarcación amarrada por 4 amarras paralela al muelle por el costado de estribor o babor.  
Elaboración propia.



En este ejemplo, si el viento viene de proa habrá que dejar como último amarre el 2 y el 4 (los que están en contra del viento). Por el contrario, si el viento sopla de popa habrá que dejar atados en último lugar los amarres impares, el 1 o el 3.

#### 3.2.2. Actividad 6: Velocidad en Nudos (Kts).

En esta actividad, por parejas, los estudiantes aprenden sobre el concepto de nudo como unidad de velocidad náutica y aplican este conocimiento en ejercicios prácticos de cálculo de tiempo y distancia. En primer lugar, se les explica que es una unidad fundamental en la navegación, ya que permite medir y comunicar de manera precisa la velocidad de una embarcación. Además, hay que indicar que esta unidad de velocidad náutica equivale a una milla náutica por hora. Una milla náutica es aproximadamente igual a 1,852 kilómetros. Por lo tanto, cuando un barco se mueve a una velocidad de 1 nudo, recorre 1 milla náutica (1,852 km) en una hora.

Para ponerlo en práctica, los estudiantes resuelven el problema planteado inicialmente, esto es, si se va a realizar en barco a una velocidad constante de 3 nudos desde el puerto de A Coruña al castillo de Santa Cruz (Oleiros). ¿Cuánto tiempo tarda en llegar? Se plantean cuestiones más complejas como si dentro del puerto la embarcación va a 3 nudos para evitar la generación de olas que pueden causar daños a otras embarcaciones, a las estructuras del puerto y representar riesgos para nadadores y otros usuarios del agua y al salir del muelle al superar los 50 metros de distancia de la costa va a 10 nudos ¿cuánto tiempo dura la travesía? De este modo, han de integrar los conocimientos adquiridos con un nivel mayor de complejidad.

#### 3.2.4. Actividad 7: Tipos de Balizas.

El objetivo principal de esta actividad es introducir a los estudiantes al concepto de balizas y cómo estas señales contribuyen a la seguridad durante la navegación. Específicamente, se centran en las balizas verdes y rojas, aprendiendo su significado y función en la orientación dentro del puerto.

Los estudiantes, por parejas, reciben un mapa náutico detallado del puerto (ver Figura 7), donde marcan las balizas en el mapa según su color correspondiente y su posición en el puerto. Esto les permite entender visualmente cómo estas balizas indican el lado seguro del canal navegacional: las balizas verdes se encuentran en el lado derecho (estribor) cuando se navega aguas adentro, mientras que las rojas están en el lado izquierdo (babor).

Al finalizar la actividad, se promueve la discusión grupal para explorar la importancia del balizamiento en la seguridad marítima. De este modo, los estudiantes comparten ejemplos de cómo estas señales pueden prevenir accidentes y facilitar una navegación más eficiente dentro del puerto.

### Figura 7

Mapa de balizas del puerto de A Coruña. Fuente: <https://map.openseamap.org/>



### 3.3. Fondeando.

En las siguientes actividades calculan la longitud de cabo adecuada para echar el ancla al fondo marino, asegurando una sujeción estable y segura de la embarcación durante el fondeo. Además, se abordan los tipos de banderas y luces del barco, esenciales para la comunicación y la identificación nocturna en el agua. Asimismo, se explora la importancia de las boyas y del cálculo del círculo de borneo para fondear de manera segura.

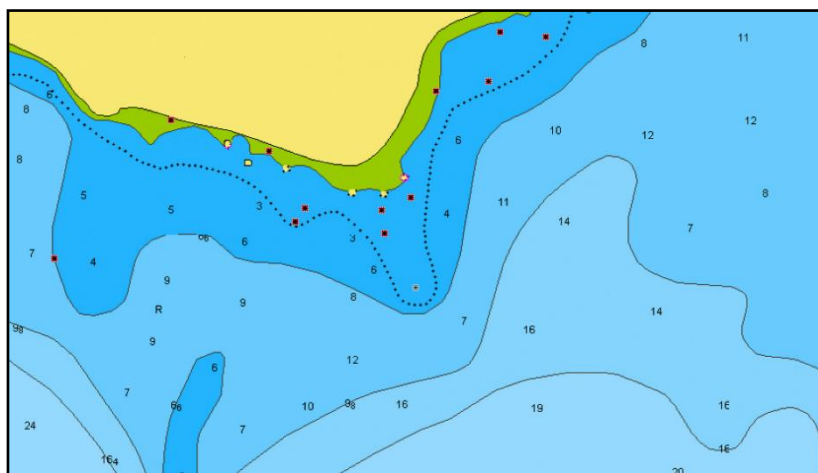
#### 3.3.1. Actividad 9: Cálculo de Cabo para fondear.

En esta actividad dedicada al fondeo y al cálculo del cabo, por parejas, los estudiantes se sumergen en el proceso de elegir cuidadosamente el lugar de fondeo, considerando aspectos como el calado específico del barco y las características del fondo marino, que pueden variar desde arenas suaves hasta rocas o lodo. Para ello utilizan herramientas de sonar online, con el fin de determinar la profundidad del agua en el área seleccionada, un paso crucial para asegurar que el ancla se fije adecuadamente. Además, tienen que identificar en el mapa las áreas costeras, las playas y las zonas balizadas, así como zonas no navegables, como bancos de arena, rocas sumergidas y áreas con profundidades insuficientes para el calado del barco.

Tal y como puede verse en la Figura 8, se fijan en la profundidad en las inmediaciones del castillo de Santa Cruz. En base a la carta náutica determinan el calado del barco y las comparan con el calado del barco que se va a fijar en 1,2 metros. Una vez que determinen la zona de fondeo, se les pide calcular la cantidad exacta de cabo necesaria para cada lugar de fondeo siguiendo la regla estándar de multiplicar la profundidad del agua por tres para determinar la longitud del cabo.

**Figura 8**

Carta náutica de los alrededores del castillo de Santa Cruz. Fuente: <https://www.navionics.com/esp/>



**3.3.2. Actividad 9: Tipos de Banderas. Código morse y nudos.**

En esta actividad enfocada en tipos de banderas y nudos, los estudiantes de forma individual buscan en internet los diferentes tipos de banderas utilizadas, y se les pide que calculen las proporciones de la bandera alpha que indica zona de buceo y deben calcular su área descomponiendo en polígonos sencillos.

**Figura 9**

Bandera náutica Alpha. Elaboración propia.



Después, los estudiantes intentan hacer el nudo marinero en ocho, siguiendo las instrucciones del docente. Para ello, se forman parejas para practicar juntos, permitiendo así que se ayuden mutuamente y refuercen el aprendizaje práctico.

**Figura 10**

Nudo en ocho. Fuente: wikipedia.org.



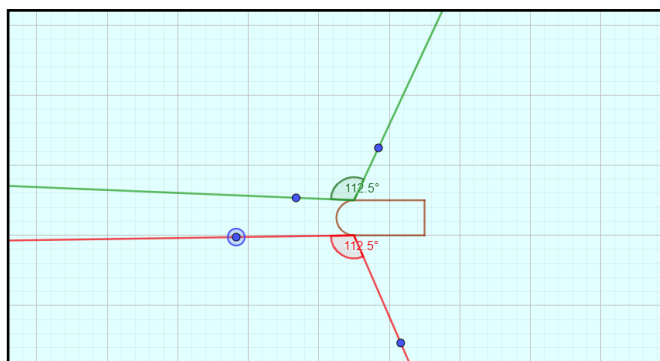
Por último, los estudiantes reciben unas nociones básicas sobre el código Morse y después con la linterna del móvil deben tratar de enviar y recibir mensajes simples, como "SOS" y "HELP".

### 3.3.3. Actividad 10: Luces del Barco y Normas de Navegación (RIPA).

Se comenzará con una explicación breve sobre las luces de navegación utilizadas en los barcos, así como las normas básicas establecidas por el RIPA para determinar qué barco debe ceder el paso en encuentros y cruces en el mar. Posteriormente, los estudiantes por parejas utilizan GeoGebra para simular una situación de visibilidad de un barco. En primer lugar tienen que representar un barco y después determinar dónde habría que situar en el casco de la embarcación las luces verdes y rojas delanteras teniendo en cuenta de que el ángulo de visibilidad de alcance viene regulado y es  $112,5^\circ$ . De este modo van explorando qué situaciones se podrían dar y cuáles son los puntos ciegos que se pudieran producir en un supuesto cruce de dos barcos (ver Figura 11).

**Figura 11**

*Visibilidad de las luces de una embarcación. Fuente: elaboración propia en GeoGebra.*



### 3.3.4. Actividad 11: Bornea y Propiedad de Boyas.

En esta última actividad se explica en primer lugar qué es la bornea, entendida como el área circular alrededor de un barco fondeado que garantiza espacio suficiente para maniobrar sin riesgo de colisión con otras embarcaciones. Luego, los estudiantes por parejas reciben un mapa de la zona de navegación para que calculen el círculo de borneo alrededor de un barco fondeado, teniendo en cuenta el calado del barco y la profundidad del fondo marino (ver Figura 12).

### Figura 12

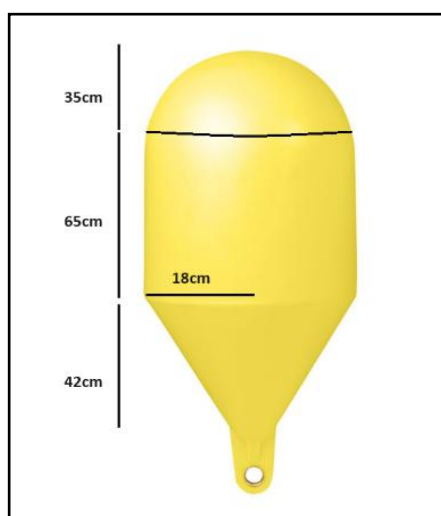
Círculo de borneo. Fuente: *Elaboración propia.*



Posteriormente, se les explicará para que sirve una boya de señalización amarilla y se les proporcionará la imagen de una con sus medidas para que calculen su volumen mediante composición de volúmenes como semiesfera, cilindro y cono (ver Figura 13).

### Figura 13

Dimensiones de una boya de señalización amarilla. *Elaboración propia.*



## 4. ANÁLISIS DE LA EXPERIMENTACIÓN DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

El análisis de la experimentación de la secuencia didáctica en un aula de tercero de la ESO, integrando matemáticas y náutica, revela varios aspectos clave que destacan tanto los puntos fuertes como las áreas de mejora en la implementación de esta metodología interdisciplinaria. Durante el desarrollo de las actividades, se evidenció un notable aumento en la motivación y el interés de los estudiantes hacia las matemáticas, especialmente cuando estas se contextualizaban en situaciones prácticas y reales de navegación.

En la actividad de conversión de millas náuticas a kilómetros, los estudiantes mejoraron significativamente sus habilidades de conversión de unidades. Esta actividad proporcionó a los

estudiantes una comprensión más tangible y relevante de los conceptos matemáticos, evidenciada por su capacidad para realizar conversiones precisas y su entusiasmo al aplicar conocimientos matemáticos a una tarea real.

La utilización de herramientas digitales y simulaciones también jugó un papel crucial en el aprendizaje de los estudiantes. En la actividad de interpretación del parte meteorológico, se emplearon aplicaciones como WindFinder para analizar datos meteorológicos reales. Los estudiantes aprendieron a predecir las condiciones de navegación basándose en estos datos, lo que fortaleció su capacidad de interpretar gráficos y datos, habilidades esenciales tanto en la navegación como en otros contextos científicos. Además, la actividad incluyó la planificación de rutas específicas basadas en las condiciones meteorológicas previstas, lo que incrementó su habilidad para tomar decisiones informadas.

Sin embargo, el análisis también identificó áreas de mejora. En la actividad de interpretación de la frecuencia y el periodo de las olas, varios estudiantes encontraron dificultades iniciales en la aplicación de conceptos matemáticos necesarios para interpretar las olas como la frecuencia de las mismas. Esta observación sugiere la necesidad de proporcionar una introducción más gradual y detallada a estos conceptos, así como apoyo adicional durante las actividades prácticas. Una solución podría ser la implementación de ejercicios preliminares que refuercen los conocimientos básicos necesarios.

Otro punto destacado fue en la actividad de planificación de retirada de puntos de amarre para sacar una embarcación del muelle. La complejidad de considerar la dirección del viento en la seguridad de la embarcación requirió una mayor atención individualizada por parte del docente. Hubo que reforzar a algunos estudiantes a la hora de entender la importancia de soltar en último lugar las amarras de donde viene el viento.

En términos de metodología, la secuencia didáctica demostró ser efectiva en promover el aprendizaje colaborativo y la resolución de problemas en equipo. Un ejemplo claro de esto fue la actividad de navegación a 3 nudos dentro del puerto para evitar la generación de olas. Los estudiantes trabajaron en grupos para planificar rutas que respetaran el límite de velocidad en diferentes zonas del puerto, considerando la proximidad a otras embarcaciones, a la costa y áreas balizadas.

Asimismo, los estudiantes mostraron gran capacidad para convertir unidades de medida náuticas al Sistema Internacional, calcular velocidades en nudos e interpretar datos meteorológicos para tomar decisiones informadas durante la navegación simulada. Estas habilidades, desarrolladas a través de actividades prácticas y contextuales, fortalecieron su comprensión matemática y también les proporcionaron una comprensión práctica de cómo las matemáticas son fundamentales en la navegación marítima.

A pesar de algunas dificultades en la aplicación de conceptos matemáticos, los estudiantes lograron superar estos desafíos mostrando una notable mejora en sus habilidades. La observación de la necesidad de un enfoque más escalonado y de apoyo individualizado sugiere que con ajustes en la presentación de contenidos y una mayor atención a las necesidades individuales, esta metodología puede ser aún más efectiva.

## 5. CONCLUSIONES

La integración de Matemáticas y náutica en esta secuencia didáctica ha demostrado ser una estrategia efectiva para promover el aprendizaje significativo y la aplicación práctica de los conocimientos. A través de actividades diseñadas específicamente para contextualizar los

conceptos matemáticos en situaciones reales de navegación, los estudiantes han mostrado un aumento notable en su motivación y comprensión de las matemáticas. Este modelo de tareas replicables propuestas cumple con lo propuesto en el punto cuarto de los objetivos.

Durante el desarrollo de las actividades en el aula, se observó que los estudiantes desarrollaron habilidades prácticas importantes, como la conversión de unidades náuticas al sistema internacional, el cálculo de velocidades en nudos, y la interpretación de datos meteorológicos para la toma de decisiones durante la navegación simulada. Estas habilidades no solo fortalecieron su competencia matemática, sino que también mejoraron su capacidad para resolver problemas complejos en un contexto colaborativo cumpliendo con el primer de los objetivos.

La metodología utilizada, que incluyó el uso de herramientas digitales y simulaciones prácticas, facilitó un aprendizaje activo y participativo. Los estudiantes pudieron aplicar los conceptos teóricos aprendidos en el aula a situaciones prácticas, lo que les proporcionó una comprensión más profunda y duradera de los mismos. Además, el trabajo en equipo para planificar rutas de navegación, calcular profundidades y, interpretar señales marítimas promovió habilidades de comunicación y colaboración entre los estudiantes.

Sin embargo, el análisis también reveló áreas de mejora, como la necesidad de proporcionar más apoyo individualizado a aquellos estudiantes que encontraron dificultades iniciales con los conceptos matemáticos más avanzados como se había propuesto en el punto 3 de los objetivos. Adaptar la presentación inicial de los contenidos y ofrecer orientación adicional durante las actividades prácticas podría mejorar la comprensión y el rendimiento de estos estudiantes. Este enfoque educativo podría adaptarse efectivamente a cursos superiores donde se apliquen conceptos avanzados de trigonometría y se podría enseñar el uso de compases náuticos a través de herramientas tecnológicas.

En definitiva, la experiencia ha sido positiva y enriquecedora tanto para los estudiantes como para el proceso educativo. La integración de la disciplina de matemáticas y náutica no solo amplía el horizonte académico de los estudiantes, sino que también prepara a la próxima generación con habilidades prácticas y aplicables en el mundo real. Este enfoque interdisciplinario es relevante para la educación porque fomenta un aprendizaje integral que conecta teoría y práctica de manera significativa, así como se había propuesto para el objetivo segundo.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Gamboa, M. E. y Fonseca, J. J. (2014). Las unidades didácticas contextualizadas como alternativa para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. *Revista Órbita Pedagógica*. ISSN 2409-0131, 1(3), 1-28.
- Flores-Fuentes, G. y Juárez-Ruiz, E. D. L. (2017). Aprendizaje basado en proyectos para el desarrollo de competencias Matemáticas en Bachillerato. *Revista electrónica de investigación educativa*, 19(3), 71-91. <https://doi.org/10.24320/redie.2017.19.3.721>
- Puga, L. A. y Jaramillo, L. M. (2015). Metodología activa en la construcción del conocimiento matemático. *Sophia: colección de Filosofía de la Educación*, 19(2), p. 291-314. <https://doi.org/10.17163/soph.n19.2015.14>

# Introduciendo los conjuntos borrosos en educación primaria a través de actividades STEAM

Queralt Viladevall

UOC, Universidad Abierta de Cataluña, [qviladevall@uoc.edu](mailto:qviladevall@uoc.edu)

Ángel Alsina

Universidad de Girona, [angel.alsina@udg.edu](mailto:angel.alsina@udg.edu)

Joan Carles Ferrer Comalat

Universidad de Girona, [joancarles.ferrer@udg.edu](mailto:joancarles.ferrer@udg.edu)

**Resumen:** La noción de conjunto borroso abre nuevas posibilidades de razonamiento al aceptar que los elementos de un conjunto pueden pertenecer de manera parcial a este. Desde esta perspectiva, el objetivo de este artículo es aportar conocimientos y ejemplos que faciliten la introducción de los conjuntos borrosos en las aulas de educación primaria mediante la educación integrada STEAM.

Para ello, se conceptualiza la noción de conjunto borroso, se elaboran imágenes conceptuales para representar dicho concepto y se desarrollan dos proyectos diferentes siguiendo el enfoque STEAM, con el fin de fomentar las conexiones matemáticas desde una visión intradisciplinar, interdisciplinar y globalizada.

**Palabras clave:** conjuntos borrosos, educación primaria, pensamiento no binario, STEAM, imagen conceptual.

## Introducing fuzzy sets in primary education through STEAM activities

**Abstract:** The notion of fuzzy sets opens up new possibilities for reasoning by accepting that the elements of a set can partially belong to it. From this point of view, the objective of this article is to provide knowledge and examples that facilitate the introduction of fuzzy sets in primary school classrooms through integrated STEAM education. To achieve this, the concept of a fuzzy set is theoretically conceptualized, conceptual images are created to represent this concept, and two different projects are developed following the STEAM approach, with the aim of fostering mathematical connections from an intradisciplinary, interdisciplinary and globalized perspective.

**Keywords:** fuzzy sets, primary education, non-binary thinking, STEAM, conceptual image.

## 1. INTRODUCCIÓN

En España, el Real Decreto 157/2022 (MEFP, 2022) advierte que es necesario preparar al alumnado para garantizar que toda persona que complete la enseñanza básica sepa activar los aprendizajes adquiridos para responder a los siguientes dos retos a los que deberá hacer frente a lo largo de su vida: el primero, cooperar y convivir en sociedades abiertas y cambiantes, valorando la *diversidad* personal y cultural como fuente de riqueza e interesándose por otras

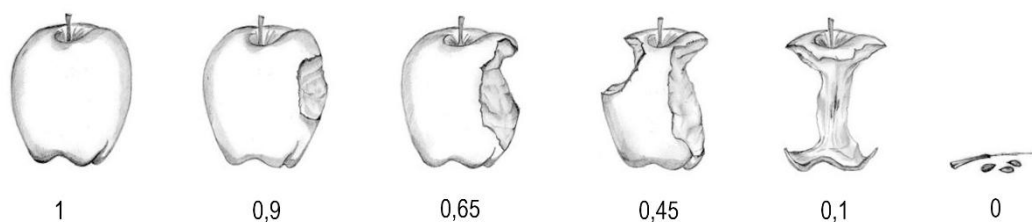
lenguas y culturas; el segundo, aceptar la *incertidumbre* como una oportunidad para articular respuestas más creativas, aprendiendo a manejar la ansiedad que puede acarrear. *Diversidad e incertidumbre* son dos palabras que cobran un significado más completo en el contexto del uso de los *conjuntos borrosos* (Zadeh, 1965).

La *teoría de conjuntos borrosos* parte de la aceptación de que, dada una colección de elementos, estos pueden pertenecer parcialmente a un conjunto (Zadeh, 1965), una idea que ha sido aplicada en el ámbito educativo en diferentes propuestas didácticas (Ferrer Comalat et al., 2018; Linares Mustarós et al., 2018a; Viladevall et al., 2023a, 2025). Este planteamiento contrasta con la afirmación de que, dado un conjunto, cualquier elemento o bien pertenece o bien no pertenece a dicho conjunto, lo cual es la base de lo que se ha venido a denominar *pensamiento binario* (Kosko, 1995), que es el único tipo de pensamiento mostrado en las aulas tanto de infantil como de primaria. En el *pensamiento binario* las cosas *son o no son*, o *cumplen un predicado o no lo cumplen*, y no hay alternativa a estas dos opciones. Pero en la vida real encontramos multitud de elementos imposibles de clasificar en conjuntos mediante un *cumplen un predicado o no lo cumplen*. Russell (1923) denominó a estos elementos “vagos”, mientras que Pierce los llamó “elementos que están en el límite entre el ser y el no ser” (Oostra, 2007). Zadeh (1965) avanzó un paso más al introducir un grado de pertenencia al conjunto en el intervalo  $[0,1]$ , aceptando que los elementos pueden pertenecer y no pertenecer al conjunto a la vez. Así, para Zadeh, si un objeto pertenece al conjunto en grado 0 significa que este no cumple el predicado que define la pertenencia al conjunto. Si, por el contrario, tiene grado 1, cumple absolutamente el predicado. Finalmente, si el grado de cumplimiento del predicado es un valor  $\alpha$  comprendido entre 0 y 1, dicho objeto cumpliría el predicado en grado  $\alpha$  y no cumpliría a la vez el predicado en grado  $1 - \alpha$ . Cabe destacar que, según esta idea, la *teoría de conjuntos clásica* puede considerarse un caso particular de la *teoría de conjuntos borrosos*, ya que únicamente se contemplan los valores extremos.

Kosko (1995) propuso una imagen mental de *conjunto borroso* que se ha convertido en un icono en el ámbito de la teoría de *conjuntos borrosos*, ya que facilita la comprensión de cómo los elementos pueden pertenecer de forma parcial a un conjunto, ilustrando visualmente la transición entre *pertenecer* y *no pertenecer* sin el carácter rígido de la teoría clásica de conjuntos. La idea, representada en la Figura 1, es un ejemplo claro de cómo los conjuntos borrosos permiten manejar y conceptualizar la diversidad y la incertidumbre clasificatoria, características comunes en la vida real. Comenzando por la izquierda, la imagen muestra la representación de una manzana recién recogida del árbol, a la que se asigna un valor de pertenencia de 1 en el conjunto “ser manzana”. Tras un mordisco, el grado de pertenencia del nuevo objeto es ligeramente menor. A medida que se sigue mordiendo, el grado de pertenencia continúa disminuyendo hasta llegar a 0, cuando ya no queda nada de la manzana. Con esta idea, se observa que no tiene sentido preguntarse si media manzana es o no es manzana. Simplemente, se puede decir que es manzana en grado 0,5 y no lo es en grado 0,5.

### Figura 1

Manzanas de Kosko. Fuente: elaboración propia.



Con la finalidad de empezar a introducir el concepto de grado de pertenencia de los *conjuntos borrosos* en las aulas de primer ciclo de primaria (6-8 años), este artículo se ha estructurado de la siguiente manera: después de este apartado de introducción, se presenta un apartado justificativo de por qué se utiliza para ello el enfoque de educación integrada STEAM. Posteriormente, se presenta el diseño y análisis de dos proyectos de actividades STEAM, cuya misión es la construcción de diferentes imágenes conceptuales asociadas al término de *conjunto borroso*. El artículo finaliza con el apartado de conclusiones, en el que se plantean los logros, se debate sobre las limitaciones y se analiza una posible nueva línea de investigación.

## 2. EDUCACIÓN INTEGRADA STEAM

El enfoque STEM fue propuesto en Estados Unidos a finales del siglo XX con el fin de promover la productividad y competitividad de las economías (Burke y McNeill, 2011). Actualmente, este enfoque se utiliza para intentar cerrar las brechas de género en las carreras de ciencias (Cabero Almenara y Valencia Ortiz, 2021) y permite ahondar en el debate sobre la necesidad de una educación científico-tecnológica menos encasillada, que establezca relaciones entre los contenidos y procedimientos de diferentes materias curriculares, a fin de dotarlos de utilidad y relevancia para el alumnado (Bogdan Toma y García Carmona, 2021).

Este enfoque de aprendizaje es el que se está intentando consolidar en el ámbito educativo actual. En el currículo español de educación primaria (MEFP, 2022), por ejemplo, la competencia matemática forma parte de la competencia STEM, la cual tiene por misión potenciar el aprendizaje de las matemáticas planteando la integración interdisciplinar e intradisciplinar de las áreas de ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas de manera globalizada. Ejemplos de este nuevo enfoque basado en las conexiones matemáticas pueden encontrarse en multitud de revistas científicas (e.g., Balsells Gila y López Luengo, 2021; Byrne, 2023; Costa y Domingos, 2019; Silva Hormazábal *et al.*, 2022).

Alsina (2014) señala que las conexiones matemáticas se refieren a las relaciones entre los diferentes temas de contenido matemático y entre los contenidos y los procesos matemáticos (intradisciplinariedad), a las relaciones de las matemáticas con otras áreas de conocimiento (interdisciplinariedad), y a las relaciones de las matemáticas con el entorno que nos rodea (enfoque globalizado). Para este autor, aprender matemáticas desde esta triple visión – intradisciplinar, interdisciplinar y globalizada– es uno de los principios fundamentales del aprendizaje de las matemáticas.

Conscientes de la necesidad de seguir asentando la idea de aprender matemáticas desde esta triple visión, y con el objetivo de proponer actividades STEM en primaria siguiendo las directrices del MEFP (2022), el artículo presenta dos proyectos STEM que, adicionalmente,

integran la informática o las artes. Tal y como se verá, la razón para incluir actividades artísticas en los proyectos no tiene por qué ser solo estética. Según Tall y Vinner (1981), la definición de un concepto genera en cada individuo una colección de imágenes propias, llamadas por los autores *imágenes conceptuales*, que permiten describir toda la estructura cognitiva que el individuo asocia con dicho concepto, incluyendo propiedades o procedimientos. Así, por ejemplo, ante la definición del concepto *fracción*, la mente de un individuo puede generar una imagen en la que simplemente se visualizan los símbolos  $1/3$ , y otra más compleja basada en un pastel dividido en cuatro partes, de las que falta una, y que puede representar para el individuo el número fraccionario  $3/4$ . Consiguientemente, las artes visuales pueden ser de gran utilidad para asentar ideas matemáticas gracias a la construcción de imágenes icónicas correctas. A este respecto, la discusión en torno a las *imágenes conceptuales* de contenidos matemáticos, denominadas también *representaciones internas*, debería ser una tarea constante en el aula, puesto que es habitual que ciertas imágenes incorrectas se asienten como correctas y dificulten la comprensión de los conceptos (Aguerrea *et al.*, 2022; Bolaños Barquero y Segovia Álex, 2021; Bolaños González y Lupiáñez Gómez, 2021; Rico, 1995; Rivière, 1990). Consiguientemente, las artes visuales pueden resultar útiles para facilitar la comprensión de conceptos matemáticos mediante la construcción de imágenes icónicas adecuadas. Desde esta perspectiva, el arte puede desempeñar un papel esencial en proyectos STEAM que busquen potenciar la comprensión conceptual a través de representaciones visuales significativas.

La inclusión del arte en el enfoque STEAM no se basa únicamente en su utilidad para representar visualmente conceptos matemáticos, como se ha discutido anteriormente, sino que forma parte de un debate más amplio en la comunidad educativa. Diversos autores han defendido que el arte desempeña un papel fundamental en este enfoque por su capacidad para fomentar la creatividad, la motivación y la expresión personal del alumnado (Cilleruelo y Zubiaga, 2014; Piro, 2010; Rodrigues Silva y Alsina, 2023). Por ello, se ha optado por emplear el acrónimo STEAM, al considerar que refleja de manera más completa la riqueza interdisciplinar de los proyectos educativos actuales.

Cabe destacar que, siguiendo la propuesta de Sanders (2009) sobre la educación integrada STEM, se acepta que en la educación integrada STEAM también tiene cabida el uso de otras materias además de la ciencia, la tecnología, la ingeniería, el arte y las matemáticas, como pueden ser la literatura, la educación física, la historia o la informática. Se asume que con la denominación “integrada” se fomenta de manera significativa la colaboración con otras materias escolares y, por ello, utilizaremos en este artículo dicha denominación, sin necesidad de añadir nuevas letras al acrónimo.

Es importante mencionar que, para el diseño de los proyectos, se han tenido en cuenta diversas recomendaciones de Cabello Salguero (2011), Molina Jiménez (2011) y Antón Sancho y Gómez Alonso (2016) sobre cómo realizar una buena práctica educativa STEAM. En este sentido, se han buscado temas que conecten con el alumnado y ofrezcan amplias posibilidades de ser potenciados mediante la visualización en el aula de vídeos, con relatos de historias o escuchando canciones. También se han propuesto actividades en las que se permite actuar libremente, ya que para el alumnado el aprendizaje científico parte de los fenómenos que le rodean y del querer comprenderlos. Las dudas y explicaciones que los alumnos se plantean los llevarán a realizar nuevas preguntas y a encontrar respuestas rigurosas. Por ello, debemos facilitar el diálogo y la posibilidad de hacer preguntas, de manera que el propio grupo sea capaz de verbalizar la información que va obteniendo. Asimismo, se ha tenido en cuenta partir de experiencias cercanas al alumnado, procurando que procedan de una realidad próxima a él y a

todo aquello que conoce. Finalmente, cabe resaltar que los autores mencionados anteriormente recomiendan plantear las actividades a realizar con un lenguaje claro, sencillo y conciso, de manera que no deba estarse aclarando cada cuestión y se interrumpa la actividad; promover el trabajo colectivo, evitando que el alumnado forme parejas estables para que así no queden cerrados en sí mismos; y fomentar el intercambio de ideas entre todos los alumnos para ampliar las vías de resolución sin importar si se producen “copias” de ideas entre ellos, pues no se trata de un hecho negativo y nunca se debe censurar por esto al menor, ya que hemos de tener en cuenta que es una estrategia que, a lo largo de nuestra vida, utilizaremos para aprender y asimilar conocimientos.

### 3. DOS PROYECTOS STEAM PARA EDUCACIÓN PRIMARIA

La apuesta actual por parte de las instituciones gubernamentales por el aprendizaje STEAM está fuera de toda duda. Por ejemplo, y como ya se ha mencionado, la nueva legislación educativa española de educación primaria, desplegada en el Real Decreto 157/2022, consolida el aprendizaje matemático dentro de la competencia STEM, otorgando un especial protagonismo a las conexiones matemáticas con otras áreas de conocimiento como la ciencia, la tecnología y la ingeniería, a la vez que fomenta la equidad y la perspectiva de género.

Si bien son comúnmente aceptadas las múltiples ventajas que dicha introducción puede tener en las aulas, la propuesta abre muchas dudas sobre su viabilidad, debido especialmente a la dificultad de preparación de los proyectos STEAM (Bogdan Toma y García Carmona, 2021; Gardner y Tillotson, 2019). El presente artículo pretende ayudar en esta línea ofreciendo dos propuestas de proyectos STEAM integrados sobre las que se pueda fundamentar la introducción de los *conjuntos borrosos* en el primer ciclo de primaria (6-8 años).

A continuación se presentan los dos proyectos y se analiza detalladamente la integración en ellos de las diversas disciplinas del enfoque STEAM.

#### 3.1. Proyecto STEAM “Ser rana”

Este primer proyecto pretende abordar la construcción de una imagen conceptual de *conjunto borroso* similar a la presente en la Figura 2. El predicado que se va a utilizar para la construcción del conjunto es “ser rana”.

La idea central está basada en el proceso de metamorfosis que se produce en la transformación de renacuajo a rana. La transición de un renacuajo a una rana es una de las más llamativas transformaciones que se pueden observar durante el transcurso de unos meses en el aula. Durante la metamorfosis se puede observar la desaparición de la cola, mientras que paralelamente ocurren procesos constructivos como el desarrollo de las patas posteriores, seguido por el de las patas anteriores. Aparte de esta reestructuración de la morfología, es posible ver otros cambios como la transformación que se ocasiona en los ojos, los cuales emigran hacia la región frontal y dorsal de la cabeza –una modificación necesaria para el estilo de vida de un depredador–, cambios en la alimentación y un cambio ecológico en el que el ser pasa de un medio acuático a uno terrestre (Cruz, 2018).

Para motivar el diálogo y descubrir qué sabe el alumnado, se puede introducir un vídeo en el aula de una rana croando o realizar una salida de campo junto a un estanque con renacuajos para poder verlos en su hábitat natural. Otra posible forma sería a partir de la lectura de cuentos. Un cuento ideal para este propósito es *Growing frogs*, de French (2015).

## Figura 2

Imagen conceptual del conjunto borroso con predicado “ser rana”. Fuente: elaboración propia.



En la Tabla 1 se muestra el análisis de las actividades STEAM que se proponen en el primer proyecto diseñado.

**Tabla 1**

*Análisis de las actividades STEAM en el proyecto “Ser Rana”*

CIENCIA	Estudio del proceso de metamorfosis de renacuajo a rana. Se debe buscar información sobre el ciclo natural del renacuajo, en qué momento del año se produce, su hábitat más adecuado, si hay más anfibios que pasan por este proceso, etcétera.
TECNOLOGÍA	Estudio de un oxigenador de acuario. Ello ofrece la opción, si se tiene un acuario para tener renacuajos vivos en el aula y así ver el proceso de metamorfosis en directo, de que el alumnado pueda decidir cuáles deben ser las características de este para nuestro propósito.
INGENIERÍA	Con todos los datos recopilados en el apartado de CIENCIA sobre el hábitat de los renacuajos, se puede pedir la fabricación de un acuario que los pueda contener. El alumnado deberá profundizar en el estudio de los materiales adecuados para su construcción (por qué vidrio y no madera o papel...).
ARTE	Partiendo de fotografías en diferentes momentos de la metamorfosis del renacuajo, el alumnado realizará dibujos de estos. Además, se dibujará una charca rodeada de hierbas.
MATEMÁTICAS	A partir de las imágenes artísticas elaboradas en clase, se solicita que los estudiantes recorten las figuras. Estas imágenes permiten introducir diversas actividades en forma de juegos. Por ejemplo, ante dos de estas imágenes, se puede pedir a los estudiantes que identifiquen cuál de ellas representa mejor la propiedad “ser rana”. Asimismo, es posible solicitar la ordenación de un grupo de estas imágenes de menor a mayor grado de pertenencia al conjunto “ser rana”, con el objetivo final de formar una imagen conceptual similar a la presentada en la Figura 2. Es importante destacar que la presencia de más de dos objetos complica notablemente la simple actividad de una ordenación con tan solo dos objetos. Al comparar solo dos elementos, basta con evaluar cuál de los dos cumple mejor con la propiedad en cuestión; sin embargo, al ordenar más de dos objetos, el número de comparaciones necesarias aumenta. Este incremento en el número de comparaciones eleva la complejidad del proceso de evaluación, ya que el estudiante debe recordar los resultados de todas las comparaciones previas y asegurar la coherencia en la relación entre todos los objetos. Finalmente, cabe advertir que, dado que en el primer ciclo de primaria aún no se trabaja con números decimales, no resulta adecuado introducir valores de <i>grado de pertenencia</i> específicos. No obstante, podría considerarse la introducción de cuantificadores de grado, tales como “este ser es bastante rana” o “este ser es medio rana”.

### 3.2. Proyecto STEAM “Hace viento”

El segundo proyecto STEAM tiene como objetivo construir una imagen conceptual del *conjunto borroso* con el predicado “hace viento”, similar a la mostrada en la Figura 3.

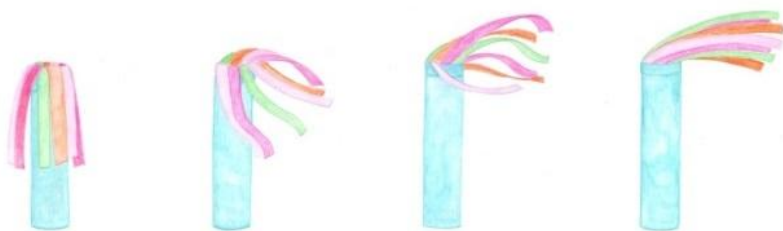
Para despertar el diálogo con los alumnos y así conocer qué nociones previas a la actividad posee el grupo, se les puede pedir que traigan a clase noticias relacionadas con el viento, tales como noticias sobre caída de árboles o bien noticias de barcos de vela o globos aerostáticos. Para mantener el interés por el tema también se puede programar una sesión de vuelo de cometas, leer el cuento clásico *El viento y el sol* y realizar alguna visita a un centro meteorológico de la zona, donde se prestará especial atención a la veleta y al anemómetro.

Puede resultar interesante utilizar este proyecto para hablar además de energías renovables y así hacer referencia a una de las más antiguas: la eólica.

Finalmente, en la Tabla 2 se muestra el análisis de las actividades STEAM que se proponen en el segundo proyecto diseñado.

**Figura 3**

*Imagen conceptual del conjunto borroso con predicado “hace viento”.* Fuente: elaboración propia.



**Tabla 2**

*Análisis de las actividades STEAM en el proyecto “Hace viento”.*

CIENCIA	A partir de la visualización de distintos tipos de semillas, se puede crear una actividad de descubrimiento de la forma de expansión de muchas plantas y árboles mediante el uso del viento.
TECNOLOGÍA	Actividades de estudio y análisis de un ventilador. Principalmente, es importante que este tenga distintas velocidades. Dejaremos que el grupo observe su estructura externa, su apagado y encendido, los distintos grados de fuerza e incluso sus posiciones. A continuación, bajo supervisión, podemos permitir que lo manipulen con cuidado.
INGENIERÍA	Creación de un generador eólico bajo la pregunta ¿qué tipo de aspas funcionarán mejor en él?
ARTE	Creación de un plumero para medir la intensidad del viento. Para realizar esta actividad plástica, empezaremos pintando un rollo de cartón de unos 12 centímetros de largo. En un extremo pegaremos diversas tiras de papel de colores que la clase habrá recortado; así crearemos un “plumero” multicolor. Cuanto más largas sean las tiras de papel, mejor.
MATEMÁTICAS	Recuperaremos el ventilador utilizado en ingeniería y situaremos el plumero multicolor delante de él. Primero, activaremos el aparato a una velocidad mínima. Dejaremos que el alumnado observe el movimiento de las tiras de papel. Seguidamente, se va aumentando la velocidad y se observa el movimiento de las tiras según la intensidad del aire. Con todo ello, se ha creado una secuencia gradual que, en su totalidad, formará el

---

*conjunto borroso* con predicado “hace viento”. Para visualizar mejor dicho *conjunto*, el alumnado deberá realizar un dibujo de cada fase. En cada uno se representará el movimiento gradual de las tiras de papel. Al unirse todos los dibujos, aparecerá una composición que irá de la ausencia de viento a mucho viento. Así, se creará una imagen conceptual del *conjunto borroso* de predicado “hace viento”. En la Figura 3 podemos ver la imagen conceptual a crear de este tipo.

---

#### 4. CONCLUSIONES

En este artículo se ha mostrado a nivel teórico-metodológico cómo, a través de actividades STEAM, se pueden abordar en las aulas de primaria un nuevo sistema de pensamiento lógico basado en la aceptación de que los objetos pueden pertenecer parcialmente a un *conjunto* (Zadeh, 1965).

Teniendo en cuenta que las actividades STEAM fomentan el método científico, en el que la observación del entorno inmediato es la clave para el desarrollo de cualquier investigación, se han elaborado dos proyectos que presentan temas cercanos al alumnado. De esta manera, el grupo, a través del trabajo en equipo, debería tomar decisiones e intercambiar opiniones sobre acontecimientos próximos a estos. La propuesta de trabajo llega en un momento clave de cambio en el sistema educativo. Un cambio que requiere tener la mente abierta a propuestas que rompen con la enseñanza magistral al introducir el trabajo investigativo en el aula. La figura del docente cambia de rol en este nuevo escenario. Ya no es un informador que se limita a transmitir conocimientos; es una figura que ayuda al grupo a desarrollar la investigación sobre las ideas propuestas. Por ello se ha de trabajar con nuevos enfoques desde un punto de vista diferente al concepto de escuela que se ha instaurado desde hace tantos años. Y como generalmente pasa en todos los cambios, se tienen que ir introduciendo lentamente pero de forma constante con unas herramientas adecuadas para que el resultado se refleje en el grupo a un alto nivel acorde con los nuevos tiempos. Y es que hoy en día las nuevas generaciones, a causa del cambio tecnológico producido con el móvil e internet, tienen un desarrollo muy distinto de las anteriores y ello está provocando una demanda de un sistema nuevo de enseñanza más dinámico, donde se intervenga sin descanso, donde se capte la atención rápidamente pero no se descuide la importancia de la reflexión paciente y constante de largos periodos de tiempo. Los dos proyectos STEAM cumplen estas exigencias.

Para finalizar, y como perspectiva de futuro, cabe señalar que hoy en día se acepta que el concepto de *grado* no está tan bien determinado como inicialmente propuso Zadeh (1965), pudiendo ser, por ejemplo, un intervalo o un valor con diferentes posibilidades dentro de una terna de números (Kaufmann *et al.*, 1994). En consecuencia, aunque en el presente artículo hemos hablado de *teoría de conjuntos borrosos*, se debe ser consciente de que esta agrupa múltiples opciones y que este artículo tan solo es una primera introducción al tema. Las *representaciones conceptuales* de los *conjuntos borrosos*, por lo tanto, pueden ir cambiando en el futuro. Desde esta perspectiva, en el futuro será necesario realizar multitud de estudios de aplicación práctica para comprobar cuál puede ser la mejor manera de consolidar *imágenes conceptuales* del término *conjunto borroso* en la mente de las personas. Este artículo abre, pues, una nueva línea de trabajo en este sentido.

## 5. IMPLICACIONES EN LA ACTIVIDAD DOCENTE

El enfoque STEAM y la introducción de la idea de parcialidad en la pertenencia, característica de los conjuntos borrosos, tienen profundas implicaciones en la actividad docente, transformando el modo en que se aborda el aprendizaje en el aula. STEAM fomenta una conexión interdisciplinar entre disciplinas como la ciencia, la tecnología, la ingeniería, el arte y las matemáticas, acercando los contenidos a problemas del mundo real y promoviendo habilidades como el pensamiento crítico, la creatividad y el trabajo en equipo. Por su parte, la lógica borrosa abre nuevas posibilidades de razonamiento al aceptar que los elementos pueden pertenecer parcial o gradualmente a un conjunto, lo que no solo ofrece nuevas formas de representar la realidad, sino que también estimula en el alumnado un pensamiento más abierto, adaptativo y complejo.

El proceso de aprendizaje de este nuevo tipo de pensamiento parte de la generación, en el individuo, de una serie de imágenes conceptuales basadas en el no binarismo (Linares Mustarós *et al.*, 2018b; Viladevall *et al.*, 2021; 2023b), que permiten encontrar soluciones para problemas que a menudo no pueden resolverse aplicando simplemente el pensamiento binario, el cual no debe menospreciarse nunca ya que es extremadamente útil en situaciones deterministas. Sin embargo, la introducción de un modelo de pensamiento lógico no binario en el sistema educativo actual puede contribuir al desarrollo de otros aspectos mentales, fomentando una visión más abierta a los cambios sociales y una mejor aceptación. Si se desea construir una sociedad en la que prevalezca la igualdad de sexos, etnias y credos religiosos, es fundamental comenzar a trabajar el pensamiento no binario desde el ámbito educativo. Es desde la educación en edades tempranas donde debe iniciarse el modelaje de un pensamiento que acepte la idea de que los objetos, personas, ... pueden pertenecer parcialmente a un conjunto.

La intersección entre STEAM y el pensamiento no binario se refleja en los proyectos presentados en este artículo. Las actividades asociadas a dichos proyectos fomentan tanto el rigor lógico-matemático como la creatividad, y permiten al alumnado conectar conceptos abstractos con experiencias tangibles. Además, su implementación promueve una aula inclusiva y diversa, que reconoce distintas formas de aprender y reflexionar. Aunque el cambio pedagógico que implica integrar estos enfoques puede ser un desafío para las personas docentes, representa una oportunidad única para transformar la educación en un espacio dinámico, interdisciplinar y adaptado a las demandas de un mundo en constante cambio.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alsina, Á. (2014). Procesos matemáticos en Educación Infantil: 50 ideas clave. *Números*, 86, 5-28. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4758940>
- Aguerrea, M., Solís, M. E. y Huincahue, J. (2022). Errores matemáticos persistentes al ingresar en la formación inicial de profesores de matemática: El caso de la linealidad. *Uniciencia*, 36(1), 1-18. <https://doi.org/10.15359/ru.36-1.4>
- Antón Sancho, Á. y Gómez Alonso, M. (2016). La geometría a través del arte en Educación Infantil. *Enseñanza & Teaching*, 34(1), 93-117. <https://doi.org/10.14201/et201634193117>

- Balsells Gila, R. y López Luengo, M. A. (2021). La construcción de una ciudad con material reutilizado como escenario de stop motion. Una propuesta STEAM para educación primaria. *Didacticae: Revista de Investigación en Didácticas Específicas*, 10, 55-70. <https://doi.org/10.1344/did.2021.10.55-70>
- Bogdan Toma, R. y García Carmona, A. (2021). «De STEM nos gusta todo menos STEM». Análisis crítico de una tendencia educativa de moda. Enseñanza de las Ciencias. *Revista de investigación y experiencias didácticas*, 39(1), 65-80. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3093>
- Bolaños Barquero, M. y Segovia Álex, I. (2021). Sentido estructural de los estudiantes de primer curso universitario. *Uniciencia*, 35(1), 152-168. <http://dx.doi.org/10.15359/ru.35-1.10>
- Bolaños González, H. y Lupiáñez Gómez, J. L. (2021). Errores en la comprensión del significado de las letras en tareas algebraicas en estudiantado universitario. *Uniciencia*, 35(1), 1-18. <http://dx.doi.org/10.15359/ru.35-1.1>
- Burke, L. M. y McNeill, J. B. (2011). Educate to innovate: How the Obama plan for STEM education falls short. *Backgrounder*, 2504, 1-8. <https://www.heritage.org/education/report/educate-innovate-how-the-obama-plan-stem-education-falls-short>
- Byrne, A. L. (2023). Diseño de un proyecto STEAM, una propuesta desde las matemáticas. *Revista peruana de investigación e innovación educativa*, 3(2), e25339-e25339. <https://doi.org/10.15381/rpiiedu.v3i2.25339>
- Cabello Salguero, M. J. (2011). Ciencia en educación infantil: La importancia de un " rincón de observación y experimentación" o " de los experimentos" en nuestras aulas. *Pedagogía magna*, 10, 58-63. <https://dialnet.unirioja.es/ejemplar/277801>
- Cabero Almenara, J. y Valencia Ortiz, R. (2021). STEM y género: un asunto no resuelto. *REVIE-Revista de Investigación y Evaluación Educativa*, 8(1), 4-17. <https://idus.us.es/items/39190baa-7098-4912-9cac-d30a68187e83>
- Cilleruelo, L. y Zubiaga, A. (2014). Una aproximación a la Educación STEAM. Prácticas educativas en la encrucijada arte, ciencia y tecnología. *Jornadas de Psicodidáctica*, 18, 1-18. <https://www.augustozubiaga.com/web/wp-content/uploads/2014/11/STEM-TO-STEAM.pdf>
- Costa, M. C. y Domingos, A. (2019). Promover o ensino da matemática num contexto de formação profissional com STEM. *Educación matemática*, 31(1), 235-257. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7007110>

- Cruz, J. C. (2018). Metamorfosis: cambio de forma durante el desarrollo. *Temas de Biología y Geología del NOA*, 8(1), 13-17. <https://portalderevistas.unsa.edu.ar/index.php/ibigeo/article/view/3918>
- Ferrer Comalat, J. C., Bertran Roura, X., Linares Mustarós, S. y Corominas Coll, D. (2018). Six experimental activities to introduce the theory of fuzzy sets. En C. Berger-Vachon, A. M. Gil-Lafuente, J. Kacprzyk, Y. Kondratenko, J. M. Merigó, y F. C. Morabito (Eds.), *Complex systems: Solutions and challenges in economics, management and engineering* (pp. 85-107). Cham: Springer.
- French, V. (2015). *Growing frogs*. Walker Books.
- Gardner, M. y Tillotson, J. W. (2019). Interpreting integrated STEM: Sustaining pedagogical innovation within a public middle school context. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17, 1283-1300. <https://doi.org/10.1007/s10763-018-9927-6>
- Kaufmann, A., Gil Aluja, J. y Terceño Gómez, A. (1994). *Matemática para la economía y la gestión de empresas: Volumen I. Aritmética de la incertidumbre*. Foro Científico.
- Kosko, B. (1995). *Pensamiento borroso: La nueva ciencia de la lógica borrosa*. Crítica.
- Linares Mustarós, S., Ferrer Comalat, J. C., Bertran Roura, X., Corominas Coll, D. y Hidalgo Gil, J. (2018a). *50 años de ideas fuzzy: catálogo de la muestra expositiva "Explora" en el CosmoCaixa de Barcelona para conmemorar medio siglo de lógica borrosa*. Servicio de publicaciones de la Universidad de Girona.
- Linares Mustarós, S., Viladevall, Q., Llacay Pintat, T. y Ferrer Comalat, J. C. (2018b). Una introducción a las ideas fundamentales de la lógica borrosa a través del arte. *Cuadernos del CIMBAGE*, 20(1), 133-156. <https://ojs.econ.uba.ar/index.php/CIMBAGE/article/view/1185>
- Ministerio de Educación y Formación Profesional [MEFP]. (2022). *Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. Boletín Oficial del Estado*. <https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2022-3296>
- Molina Jiménez, E. (2021). Narración de un taller de resolución de problemas aritméticos con niños de 4 años. *Edma 0-6: Educación Matemática En La Infancia*, 1(1), 63-79. <https://doi.org/10.24197/edmain.1.2012.63-79>
- Oostra, A. (2007). La lógica triádica de Charles S. Peirce. En *Memorias del XVIII Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones*. Universidad Pedagógica. <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/la-logica-triadica-de-charles-s-peirce/>
- Piro, J. (2010). Going from STEM to STEAM. *Education Week*, 29(24), 28-29. <https://performingartsworkshop.wordpress.com/2010/03/15/education-week-article-going-from-stem-to-steam/>

- Rico, L. (1995). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. En P. Gómez, J. Kilpatrick y L. Rico (Eds.), *Educación matemática: Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia* (pp. 69-108). Grupo Editorial Iberoamericano.
- Rivière, A. (1990). Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva cognitiva. En A. Marchesi, C. Coll y J. Palacios (Comps.), *Desarrollo psicológico y educación* (Vol. 3, pp. 155-182). Alianza Editorial. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4816759>
- Rodrigues Silva, J. y Alsina, Á. (2023). Conceptualising and framing STEAM education: what is (and what is not) this educational approach? *Texto Livre*, 16, e44946-e44946. <https://www.scielo.br/j/tl/a/6fpTDJgTbgM5pRq3ZYC6Swj/>
- Russell, B. (1923). Vaguedad. *The Australian Journal of Psychology and Philosophy*, 1(2), 84-92. Traducción disponible en: <https://www.unav.es/users/VaguedadRussell.pdf>
- Sanders, M. (2009). STEM, STEM education, STEMAnia. *The Technology Teacher*, 68(4), 20-27.
- Silva Hormazábal, M., Rodrigues Silva, J. y Alsina, Á. (2022). Conectando matemáticas e ingeniería a través de la estadística: Una actividad STEAM en educación primaria. *Revista Electrónica de Conocimientos, Saberes y Prácticas*, 5(1), 9-31. <https://doi.org/10.5377/recsp.v5i1.15118>
- Tall, D. y Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational studies in mathematics*, 12(2), 151-169. <https://doi.org/10.1007/BF00305619>
- Viladevall, Q., Linares Mustarós, S. y Ferrer Comalat, J.C. (2021) *From everything to nothing. 10 works for reflecting on non-binary contexts*. Servei de publicacions de la Universitat de Girona.
- Viladevall, Q., Alsina, Á. y Ferrer Comalat, J.C. (2023a) El cuento infantil como herramienta para introducir los conjuntos borrosos en las primeras edades. *Revista Infancia, Educación y Aprendizaje*, 9(1), 53-68. <https://doi.org/10.22370/ieya.2023.9.1.3178>
- Viladevall, Q., Linares Mustarós, S., Huertas, M. A. y Ferrer Comalat, J. C. (2023b). Understanding the Axioms and Assumptions of Logical Mathematical Systems through Raster Images: Application to the Construction of a Likert Scale. *Axioms*, 12(12), 1064. <https://doi.org/10.3390/axioms12121064>
- Viladevall, Q., Alsina, Á. y Ferrer-Comalat, J.C. (2025). ¿Dónde está? Un cuento para el estudio del pensamiento borroso en educación primaria. *Pensamiento Matemático*, 15(1), 41-62. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=10095685>

*Viladevall Q., Alsina, Á. y Ferrer Comalat, J. C.*

Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 3(8), 338-353.



# Introducción a los espacios métricos: aprendizaje colaborativo en la formación de profesores de Matemática

Laura Beatriz Wagner

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de La Pampa,  
*lalywagner@gmail.com*

Marisa Elisabet Reid

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de La Pampa,  
*mareid@exactas.unlpam.edu.ar*

**Resumen:** *La formación docente en Matemática debe combinar un sólido dominio del contenido con habilidades pedagógicas flexibles. En respuesta a la evolución tecnológica, se requiere adaptar los enfoques educativos. Se describe una experiencia educativa innovadora en la asignatura Espacios Métricos de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de La Pampa en donde mediante situaciones cotidianas y herramientas tecnológicas, se promueve la colaboración y se ofrece una aplicación práctica de conceptos abstractos. Esta metodología destaca la importancia de integrar teoría y práctica, subrayando la relevancia de una formación docente que responda a las necesidades del entorno educativo actual.*

**Palabras clave:** *enseñanza, aprendizaje, distancia, tecnología, trabajo colaborativo, formación de profesores.*

## Introduction to metric spaces: collaborative learning in Mathematics teacher training

**Abstract:** *Teacher training in Mathematics must combine solid mastery of content with flexible pedagogical skills. In response to technological evolution, educational approaches need to be adapted. An innovative educational experience is described in the subject Metric Spaces of the Faculty of Exact and Natural Sciences of the National University of La Pampa. Through everyday situations and technological tools, collaboration is promoted and a practical application of abstract concepts is offered. This methodology highlights the importance of integrating theory and practice, underlining the relevance of teacher training that responds to the needs of the current educational environment*

**Keywords:** *teaching, learning, distance, technology, collaborative work, teacher training.*

### 1. INTRODUCCIÓN

La formación docente en el área de Matemática ha sido objeto de numerosos debates a lo largo del tiempo. En este sentido, Pochulu y Rodríguez (2022) plantean la cuestión de si es suficiente que un profesor tenga conocimientos sólidos en matemática para enseñar eficazmente esta disciplina. En su artículo, los autores exploran la complejidad de esta pregunta y proponen

reflexiones sobre el conocimiento pedagógico necesario para que un docente logre que sus estudiantes aprendan matemática. Si consideramos todas las perspectivas relacionadas con las funciones y los roles que los docentes de Matemática deben asumir tanto en el presente como en el futuro, nos encontramos con una amplia gama de responsabilidades y tareas.

Asimismo, se busca que los profesores de Matemática sean capaces de estimular y motivar a sus estudiantes para que reflexionen sobre los conceptos matemáticos. También se les exige comprender aspectos sociales y emocionales de sus alumnos, así como ser competentes en la creación de entornos de aprendizaje ricos en contenido matemático. Deben ser capaces de diseñar modelos de enseñanza que se ajusten a las cambiantes condiciones de aprendizaje que se presentan en las clases de Matemática y preparar a sus estudiantes tanto para su futura inserción en el mundo laboral como para continuar sus estudios superiores.

La noción de distancia como una temática de la matemática se encuentra presente en distintas asignaturas del ámbito educativo, así como en las concepciones tanto de profesores como de alumnos. Sin embargo, es relevante considerar cómo esta noción es abordada en el nivel secundario. ¿Cómo se relaciona este conocimiento, destinado a ser enseñado en una o varias materias, con el conocimiento experto en la materia? ¿Qué ajustes y adaptaciones se realizan en estos conocimientos para que sean considerados adecuados para la enseñanza?

Estas y otras cuestiones son tratadas de manera general por Chevallard en la teoría de la transposición didáctica (Chevallard, 1997), la cual distingue específicamente entre el conocimiento experto (saber sabio), el conocimiento destinado a ser enseñado (saber a enseñar) y el conocimiento efectivamente enseñado (saber enseñado), como componentes clave en el proceso de transposición didáctica de un determinado saber.

El docente debe idear, proponer y organizar situaciones matemáticas que permitan a los estudiantes experimentar, desencadenando la aparición de genuinos problemas matemáticos donde el conocimiento en cuestión se presente como la solución óptima. Es crucial que este conocimiento sea accesible para que los alumnos lo construyan por sí mismos.

## 2. MARCO TEÓRICO

Basándonos en análisis reflexivos respaldados por la literatura (Bastán et al., 2006; Narli, 2010), inferimos que varios programas del espacio curricular Espacios Métricos ofrecidos en la formación de profesores de Matemática exhiben una estructura matemática estandarizada. Este enfoque se caracteriza por centrarse primordialmente en definiciones, demostraciones lógico-deductivas, procedimientos algorítmicos, entre otros aspectos, lo que dificulta la adquisición de un conocimiento con significado que permita discernir su aplicación en diversos contextos. Esta situación puede dar lugar a una subestimación de la relevancia de la asignatura en la formación inicial del futuro docente.

Una noción teórica relevante que permite identificar fenómenos que influyen en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, que se refiere al contenido de la enseñanza, al funcionamiento intrínseco de los sistemas didácticos y al propio sistema de enseñanza en su conjunto, es la noción de transposición didáctica propuesta por Chevallard (1997):

Un contenido de saber que ha sido designado como saber a enseñar, sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los objetos de enseñanza. El “trabajo” que transforma un objeto de saber a enseñar en un objeto de enseñanza, es denominado la transposición didáctica. (p.45)

En otras palabras, la transposición didáctica implica una serie de adaptaciones que un concepto matemático específico atraviesa, desde su estado como conocimiento científico (avalado por publicaciones científicas y reconocido por la comunidad académica) hasta su estado como conocimiento escolar (presente en los programas y libros de texto), y finalmente como conocimiento enseñado cuando llega al estudiante.

El aprendizaje de la matemática no se restringe a saber definiciones, teoremas y reconocer la ocasión de aplicarlos, sino que implica una participación activa por parte del estudiante en la actividad. Por lo tanto, el profesor debe proporcionar los medios para que los estudiantes creen una narrativa personal para cada concepto que se enseña. Esto implica recontextualizarlo y repersonalizarlo para luego a través de la institucionalización de dicho conocimiento, intentar redcontextualizarlo de la narrativa personal en la que se presentó y relacionarlo con el conocimiento propio de la comunidad científica.

Los contenidos académicos necesitan pasar por un proceso de descontextualización, es decir, convertirse del "saber sabio" o académico (*savoir savant*) a un conocimiento escolar recontextualizado (*savoir enseigné*), que es precisamente lo que Chevallard identifica como "transposición didáctica".

Es necesario admitir que la transformación del conocimiento disciplinar en formas y procesos comprensibles para los estudiantes constituye uno de los desafíos primordiales en la enseñanza.

Bastán et. al (2007) en el estudio titulado "La topología en la formación de profesores de Matemática", analizan la Transposición Didáctica de los conceptos involucrados en la asignatura "Introducción a la Topología" para profesores de Matemática de la Universidad Nacional de Río Cuarto (Argentina) en el marco de la teoría Antropológica de lo Didáctico desarrollada en el ámbito de la didáctica de la Matemática por el investigador francés Yves Chevallard.

La teoría de las situaciones didácticas se fundamenta en la premisa de que los conocimientos matemáticos no surgen de manera espontánea, y busca establecer las condiciones para su generación. Esta teoría promueve una visión colaborativa del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, que presenta características constructivistas. En este enfoque, la comunidad educativa interactúa en la resolución de tareas matemáticas, lo que resulta en la producción de conocimientos matemáticos en el aula.

Brousseau (2014) postula que el sujeto produce conocimiento como resultado de la adaptación a un "medio" resistente con el que interactúa:

El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, dificultades, desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Ese saber fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por las respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje. (p.11)

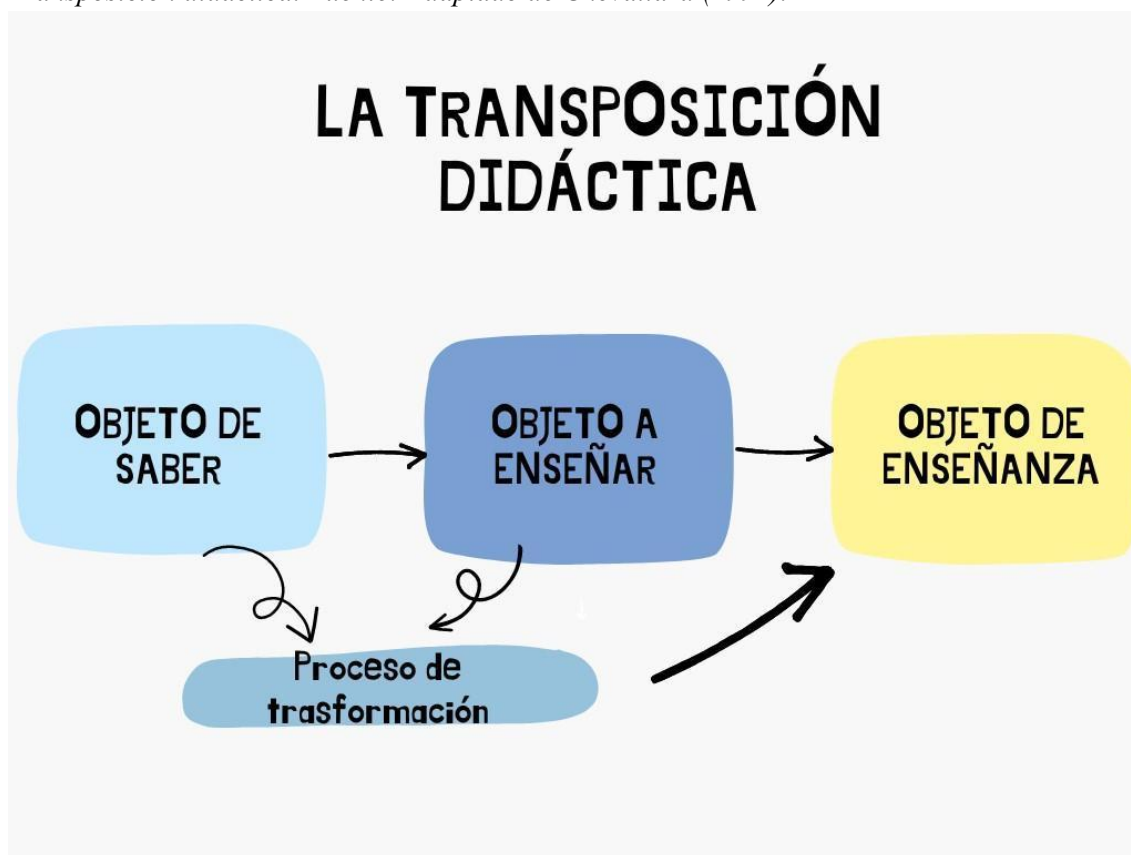
La Teoría de Situaciones de Brousseau demanda al docente una elección de problemas tales que lleven al estudiante a involucrarse activamente en su resolución, llevándolo a actuar, expresarse y reflexionar. Desde el momento en que el estudiante asume el problema hasta que produce una respuesta, el profesor se abstiene de intervenir como proveedor de conocimientos preestablecidos. El estudiante reconoce que el problema fue seleccionado para facilitar la adquisición de un nuevo conocimiento, pero también entiende que este conocimiento surge de manera lógica dentro del contexto de la situación planteada y puede construirlo sin necesidad de razones pedagógicas explícitas. Es fundamental que no solo pueda, sino que también deba,

porque solo habrá dominado verdaderamente este conocimiento cuando pueda aplicarlo por sí mismo en situaciones fuera del contexto de enseñanza y sin guía externa.

El proceso de transformación que sufre el saber hasta constituirse en saber aprendido se modeliza a través de lo que se conoce como proceso de Transposición Didáctica. Este proceso, que se ilustra en la Figura 1, comienza con el saber sabio y culmina en el saber aprendido, pasando por el saber a enseñar y el saber enseñado. En cada etapa, se llevan a cabo sucesivas adaptaciones de las estructuras matemáticas, las cuales están condicionadas por las restricciones implícitas impuestas por las instituciones educativas.

**Figura 1**

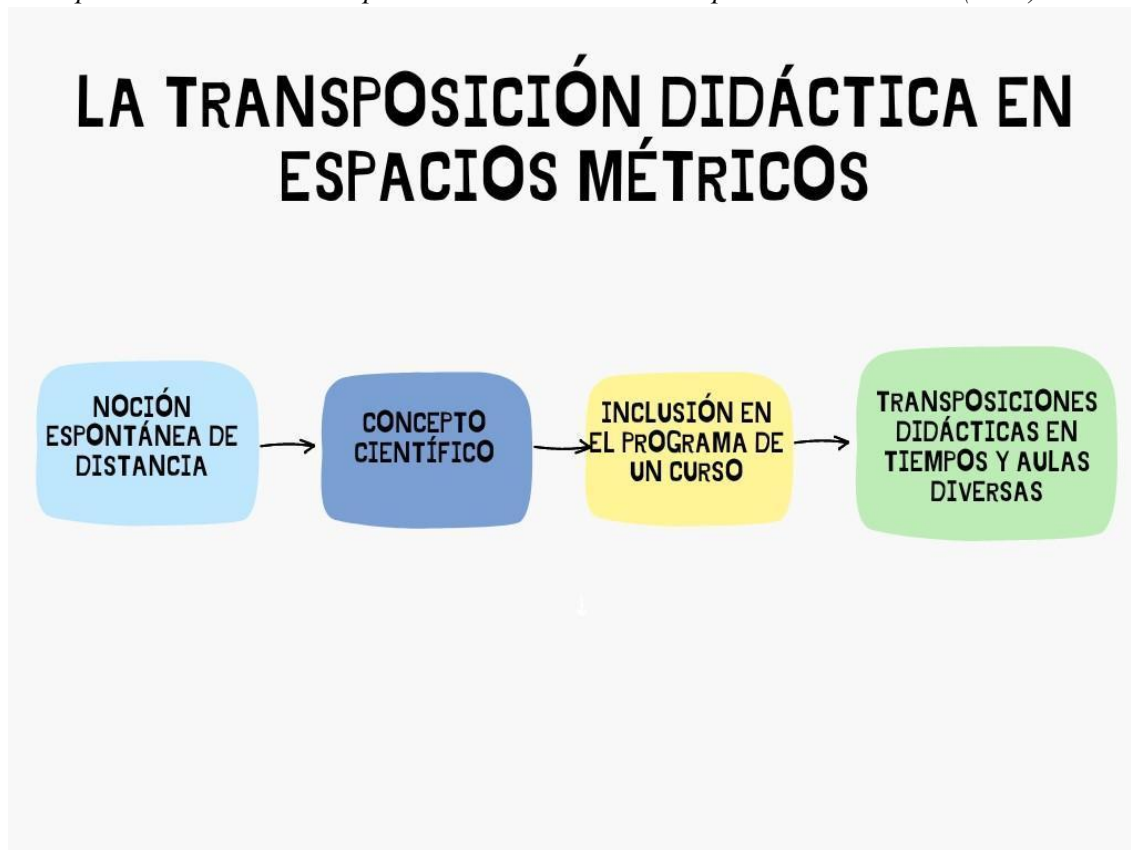
*Transposición didáctica. Fuente: Adaptado de Chevallard (1991).*



Para ejemplificar el concepto, Chevallard presenta un esquema de transposición didáctica, aplicado al concepto distancia (Figura 2). Este esquema se desarrolla desde la noción de distancia (entre dos puntos) que se usa cotidianamente, su introducción como parte del saber matemático formalizado en 1906 por Maurice Fréchet, su inclusión en los programas escolares desde el nivel primario y su puesta en práctica en los diferentes momentos de enseñanza. A lo largo de los años, la forma en que se enseña esta noción varía, lo que indica que sigue el proceso de transposición didáctica, es decir, la adaptación y evolución continua de cómo se aborda y se enseña el concepto.

## Figura 2

*Transposición didáctica en Espacios Métricos. Fuente: Adaptado de Chevallard (1991)*



En los materiales curriculares destinados al segundo ciclo de la educación primaria en la Provincia de La Pampa (Argentina), se introduce la noción de distancia dentro del eje temático de Geometría y Medida. Esto se lleva a cabo a través del reconocimiento y la utilización de relaciones espaciales y de sistemas de referencia en diversas situaciones problemáticas.

### 3. EXPERIENCIA

Esta experiencia se llevó a cabo durante el segundo cuatrimestre de 2023, en el curso de Espacios Métricos para futuros docentes de Matemática. La asignatura corresponde al Campo de Formación Disciplinar Específica dentro del plan de estudios del Profesorado en Matemática, y a la formación general básica en el plan de la Licenciatura en Matemática, dictadas en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de La Pampa.

La problemática a partir de la cual surgen los espacios métricos está centrada en la necesidad de definir una distancia o métrica en espacios diferentes a los euclidianos. Frechet se planteó abstraer de la métrica euclídea las mínimas propiedades que debe verificar una métrica y que pudieran ser extendidas a un espacio cualquiera.

En general, se reconoce un desfase entre la formación docente recibida y la manera en que se considera deseable que los docentes principiantes aborden los contenidos en sus aulas de enseñanza media.

Con el objetivo de abordar esta discrepancia, en la asignatura Espacios Métricos se propuso una dinámica innovadora que implica la resolución de diversas situaciones problemáticas

relacionadas con espacios métricos, haciendo uso de distintas distancias. Se optó por emplear recursos que faciliten a los estudiantes la construcción de su propia red conceptual. Este enfoque fomenta un proceso de metacognición interno, permitiéndoles moldear conceptos abstractos y comprender cómo aplicarlos en su futura práctica profesional.

Los diversos enfoques teóricos en educación matemática promueven distintas formas de enseñanza y configuración de las clases. Sin embargo, existe un consenso actual en la importancia de estimular la resolución de problemas como un medio para generar conocimiento.

Nos enfocamos en identificar usos y significados en prácticas contextuales, que permitan un análisis en términos de la construcción social del conocimiento matemático. Consideramos este enfoque de gran interés y con potencial productivo. Para ello, hemos dirigido nuestra atención al concepto de espacio métrico, el cual está estrechamente relacionado con las ideas de distancia, conceptos presentes tanto en las matemáticas puras como en las matemáticas escolares, así como en el pensamiento matemático inherente a la actividad humana en general.

La enseñanza de conceptos matemáticos abstractos, como los espacios métricos, puede ser un desafío para muchos estudiantes. Algunos conceptos a menudo parecen alejados de la realidad y pueden resultar difíciles de comprender y aplicar en la resolución de situaciones problemáticas. Sin embargo, la incorporación de metodologías innovadoras en la enseñanza puede hacer que estos temas sean más accesibles y significativos para los estudiantes. En este artículo, exploramos una experiencia educativa innovadora en la introducción a los espacios métricos, que combina la colaboración online a través de documentos compartidos de Google y la resolución de problemas en contextos del mundo real.

Para el desarrollo de la experiencia, se contempló la utilización de las prestaciones ofrecidas por el paquete de herramientas y servicios de *Google Workspace for Education*. En particular, en esta práctica innovadora se hace uso de *Google Drive* como una plataforma de colaboración online donde es posible tener en una carpeta compartida todos los archivos comunes a la actividad. *Google Drive* brinda diferentes instrumentos de trabajo como *Google Docs*, *Google Sheets*, *Google Slides*, entre otros. Para la experiencia propuesta en el contexto de Espacios Métricos se decidió implementar *Google Docs* como espacio de trabajo colaborativo. Esta herramienta permite a los estudiantes trabajar simultáneamente en las tareas que se realizan para la resolución de la actividad propuesta, las cuales pueden ser monitoreadas en todo momento tanto por los integrantes del grupo como por el cuerpo docente. Además, este espacio de trabajo online brinda diferentes recursos para la elaboración del trabajo, como la posibilidad de dejar comentarios con retroalimentación, el modo “Sugerencias” de escritura y la asignación de tarea a participantes específicos.

La experiencia que se presenta se realizó en las primeras tres semanas del curso Espacios Métricos, en el segundo cuatrimestre del año 2023. El equipo docente estuvo conformado por su responsable y una docente auxiliar. Se inscribieron a la cursada 19 estudiantes correspondientes a la carrera Profesorado en Matemática.

Los espacios métricos constituyen una rama de la topología que se centra en la noción de distancia, un concepto que para muchos estudiantes puede parecer abstracto y teórico. Por este motivo, las docentes de la asignatura decidieron abordar la materia de una manera más concreta y aplicable. Para lograrlo, se optó por utilizar la resolución de situaciones problemáticas cotidianas como estrategia pedagógica. El desarrollo de la actividad se estructuró en diferentes etapas:

1. Formación de los grupos de trabajo
2. Presentación de la situación problemática a trabajar

3. Trabajo colaborativo en Google Drive
4. Exposición y discusión
5. Evaluación

### 3.1. Formación de los grupos de trabajo

El primer paso en el proceso de la experiencia fue organizar los grupos de trabajo. El cuerpo docente evaluó las aptitudes de cada estudiante, tales como habilidades de oratoria, capacidad para entender conceptos abstractos, liderazgo, fluidez en la escritura y experiencia previa en la asignatura, entre otras. Este análisis se llevó a cabo gracias al conocimiento previo que las docentes de Espacios Métricos tenían de cada estudiante, obtenido a través de otras asignaturas.

La conformación de los grupos se comunicó a través de la plataforma virtual *Moodle*, con el objetivo de garantizar que las personas que no podían asistir a las clases presenciales estuvieran debidamente informadas. Se les brindó una semana para reportar cualquier problema con su asignación de grupo. En esta etapa hubo una baja de dos estudiantes, uno por motivos personales y otro por no cumplir con los requisitos necesarios para cursar la asignatura. En base a esta información, se reorganizaron dos de los grupos, de esta manera se contó con seis grupos de tres personas cada uno y uno de dos (los grupos se formaron con estudiantes tanto de licenciatura como de profesorado en Matemática).

A pesar de que algunos estudiantes pueden no ser partidarios del trabajo en grupo, las docentes de Espacios Métricos consideran que esta metodología es fundamental para la adquisición conjunta de conocimientos. El trabajo grupal facilita el intercambio de opiniones y, a partir de ello, se potencia la posible comprensión de los conceptos. Además, el trabajo en grupo facilita la corrección de errores en la comprensión, ya que los conocimientos y perspectivas de los demás integrantes pueden servir como guía para identificar y resolver malentendidos o confusiones. Esto promueve un ambiente colaborativo donde se promueve el aprendizaje colectivo y posibilita el fortalecimiento de la comprensión de los conceptos abordados.

### 3.2. Presentación de la situación problemática a trabajar

Una vez conformados y confirmados los grupos de trabajo se procedió a otorgarles permisos de edición en cada uno de los *Google Docs* que contenían las situaciones problemáticas. Para facilitar el acceso a estos documentos, se incluyó en el aula virtual *Moodle* de la actividad curricular una presentación en la plataforma *Genial.ly* con enlaces directos a cada documento. Esta presentación tiene un aspecto similar al inicio de la plataforma de *streaming Netflix*<sup>1</sup> la cual se presenta en la Figura 3 (los nombres de los integrantes de los grupos se eliminaron por razones de confidencialidad).

---

<sup>1</sup> El uso de la marca de streaming es sin fines de lucro y sólo se utilizó con el objetivo de generar un impacto e interés en los estudiantes.

### Figura 3

Portada de la actividad creada en Genial.ly por la cátedra de Espacios Métricos de FCEyN de la UNLPam



Cada grupo, al acceder a su espacio en la plataforma tenía disponible una nueva diapositiva que incluía una imagen representativa de una distancia extraída del buscador de *Google*, un breve resumen de la situación problemática y un enlace que los redireccionaba al correspondiente archivo compartido en *Google Drive*. En la Figura 4 se muestran algunas de las diapositivas de la actividad.

### Figura 4

Previsualización de los problemas de la actividad creados en Genial.ly por la cátedra de Espacios Métricos de FCEyN de la UNLPam



En primer lugar, se propuso al estudiantado la lectura de los enunciados para corroborar la comprensión de la situación planteada. Cada uno de los casos representa una situación problemática del mundo real que requería el uso de distintas métricas para su resolución. Algunas de estas situaciones se presentan en la Tabla 1:

**Tabla 1**

*Situaciones problemáticas propuestas para la actividad por la cátedra de Espacios Métricos de la FCEyN de la UNLPam*

Grupo	Situación Problemática
1	<p>En una ciudad hay dos edificios, con un departamento por piso, que se encuentran en la misma vereda y entre ellos hay una casa. El encargado del primer edificio se planteó un día ¿Cuál será la distancia que tengo que recorrer para trasladarme de un departamento A a un departamento B con las siguientes reglas:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Los departamentos A y B están en el mismo edificio o en edificios distintos.</li> <li>2. Sólo puedo trasladarme de un departamento a otro en ascensor y/o caminando por la vereda.</li> </ol>
2	<p>En Santa Rosa, Elizabeth quiere ir caminando desde Jackson Hamburguesas &amp; Ahumados hasta la Farmacia España con la condición de que sólo puede doblar una vez.</p>
3	<p>Mariano se encuentra en una isla. Si él quiere visitar a un amigo en su misma isla la distancia que debe recorrer es la distancia euclidiana entre las coordenadas geográficas entre Mariano y su amigo. Sin embargo, si desea visitar a su novia que vive en la otra isla, la distancia se calcula de la siguiente manera: se debe recorrer a pie la distancia desde donde se encuentra hasta la costa de su isla donde se encuentra el puerto, luego tomar un bote que siempre recorre la misma distancia <math>k</math> hasta el puerto ubicado en la costa de la otra isla y finalmente recorrer caminando.</p>

En cada situación problemática se requerían diversos planteamientos para abordar el problema que los estudiantes debían resolver, utilizando los conceptos impartidos en la asignatura. Los diferentes ítems propuestos incluían:

- Demostrar que la distancia planteada en el problema cumple con los axiomas de una métrica.
- Planificar rutas óptimas, es decir, encontrar la distancia más corta entre varios puntos.
- Aplicar los conceptos de distancia entre conjuntos, entre un punto y un conjunto, y el diámetro de un conjunto.

Además, se trata la noción de bola en la métrica utilizada para profundizar en el entendimiento de las propiedades y aplicaciones de los espacios métricos.

Los estudiantes debían identificar en la situación problemática qué concepto aplicar, ya que éste no se mencionaba explícitamente en el enunciado. Por ejemplo, en el problema del grupo 3, los ítems dados eran:

1. Presentar una función que describa la situación planteada, es decir, el recorrido que debe seguir Mariano para llegar a cualquier punto, ya sea en su misma isla o en la otra.
2. Demostrar que esta función es una métrica.
3. Representar gráficamente la situación modelada por la función de distancia utilizando GeoGebra o dibujándola a mano.
4. Supongan que la isla donde vive Mariano es cuadrada con vértices en  $(0,0)$ ,  $(0,2)$ ,  $(2,0)$  y  $(2,2)$  y el puerto se encuentra en  $(2,1)$ . Y por otro lado, la novia de Mariano vive en otra isla en forma de rombo con vértices en  $(5,4)$ ,  $(3,3)$ ,  $(5,2)$  y  $(6,3)$  cuyo puerto se

encuentra en el vértice inferior. Utilizar alguno de los conceptos de distancia en un espacio métrico para expresar las siguientes situaciones:

- a. Determinar la menor distancia entre un punto (la casa de Mariano) y cualquier punto de la otra isla.
  - b. ¿Cuál es la distancia mínima que una persona puede recorrer desde la mitad izquierda de la isla donde vive Mariano hasta la mitad derecha de la isla donde vive su novia? ¿Qué concepto de un espacio métrico podría usar para expresar esta situación?
  - c. Un volcán en el punto  $(0,0)$  de la isla de Marino hace erupción, por lo general la lava tiene un radio de alcance de 4 unidades. Según su métrica, ¿Cómo afectaría a ambas islas?
5. ¿Cuál es la distancia máxima que se puede recorrer de una isla a la otra?

De esta manera, los estudiantes tenían la posibilidad de mostrar que la comprensión de los conceptos se había adquirido no sólo de forma abstracta, sino también para su aplicación a situaciones de la realidad.

### 3.3. Trabajos grupales en *Google Drive*

Una vez que los estudiantes tuvieron acceso a sus respectivos *Google Docs* con el problema asignado, comenzó el desarrollo de la actividad. El trabajo se llevó a cabo íntegramente fuera del horario de clase. El beneficio de utilizar una herramienta colaborativa se vio reflejado en la interacción asíncrona de cada estudiante con el problema en horarios diversos, es decir, cada participante contribuía con su análisis y propuestas en distintos momentos según su disponibilidad diaria.

Dentro de cada grupo la dinámica de interacción entre los estudiantes fue diferente. Algunos grupos se comunicaban a través de comentarios, reservando la escritura en el documento compartido para cuando llegaban a un consenso sobre lo que debían incluir. Otros preferían redactar individualmente su solución y luego colaborar en la revisión y modificación del trabajo. Por último, otros grupos desarrollaron el trabajo combinando ambas modalidades, alternando entre la escritura directa en el documento, el intercambio de comentarios y la redacción en modo sugerencias de las ideas para el desarrollo de cada ítem.

El rol de las docentes fue supervisar en todo momento que existiera actividad en cada trabajo y verificar que todos los estudiantes del grupo participaran en el desarrollo del mismo. Una de las actividades esenciales de las docentes de la cátedra fue leer el desarrollo de cada ítem para dejar sugerencias o comentarios que ayudaran a los estudiantes a comprender distintos errores que estaban cometiendo al resolver los ítems u orientarlos para encaminar el desarrollo de los diferentes incisos.

Los conceptos relacionados con métrica fueron expuestos por las docentes en las clases de modo tradicional siguiendo un material elaborado por la cátedra. Además los estudiantes contaban con videos explicativos sobre la definición de espacio métrico, con ejemplos de diferentes métricas, para ayudarlos a afianzar los conceptos dados en clase y de esta manera aplicarlos a la tarea encomendada.

### 3.4. Exposición y Discusión

Cada grupo tuvo la oportunidad de exponer sus análisis y soluciones respecto a la situación problemática ante el resto de la clase. Los estudiantes pudieron plantear preguntas, expresar opiniones y ofrecer sugerencias, lo que promovió un diálogo activo y constructivo. Este intercambio de ideas y perspectivas permitió no solo presentar diferentes enfoques para abordar el problema, sino también enriqueció el entendimiento colectivo sobre el tema.

En esta etapa, surgieron interrogantes relevantes relacionadas con la selección adecuada de conjuntos para garantizar que la función definida cumpliera con los axiomas de una métrica, al tiempo que resultara coherente y significativa dentro del contexto de la situación problemática planteada.

Además, esta fase brindó la posibilidad de identificar posibles áreas de mejora o puntos de vista alternativos, fomentando así el pensamiento crítico y la reflexión sobre el proceso de resolución de problemas en el contexto de los espacios métricos.

### 3.5. Evaluación

La fase de evaluación se realiza mediante el uso de una rúbrica que considera tanto la resolución del problema como la presentación, siguiendo directrices específicas que aseguran la participación equitativa de todos los miembros del equipo. En la Figura 5 se presenta un ejemplar de la rúbrica utilizada.

La evaluación fue llevada a cabo por las docentes, quienes proporcionaron retroalimentación sobre el trabajo en equipo y las contribuciones individuales, reflejadas en la calificación de cada estudiante.

El proceso de evaluación comprendió dos etapas: primero, se evaluó el desarrollo del trabajo en *Google Drive* por parte de las docentes, y luego se realizó una exposición oral donde todos los integrantes del equipo debieron participar activamente, explicando y defendiendo el trabajo realizado en un tiempo máximo de 20 minutos. Esta presentación podían hacerla utilizando diversas herramientas como *Power Point*, *Canva*, *Genial.ly*, *Impress de LibreOffice* o *Google Slides*.

**Figura 5**

*Rúbrica de calificación para la actividad de la asignatura Espacios Métricos de la FCEyN - UNLPam*

		Excelente (10 puntos)	Muy bueno (8 puntos)	Suficiente (6 puntos)	Insuficiente (4 puntos)
C A T E G O R Í A	Presentación de la resolución	Está bien organizado y no presenta errores de ortografía. Se observa vinculación en forma pertinente y significativa con los contenidos estudiados. Refleja reflexión y/o análisis personal.	Está bien organizado y no presenta errores de ortografía. Se observa vinculación en forma pertinente y significativa con algunos de los contenidos estudiados. Refleja reflexión y/o análisis personal.	Cumple con el formato de presentación dado aunque presenta errores de ortografía. Se observa vinculación con los contenidos estudiados pero con escasa reflexión personal.	Incompleto, no cumple con todo lo solicitado
	Trabajo grupal	Esta bien organizado y no presenta errores de ortografía. Se observa vinculación en forma pertinente y significativa con los contenidos estudiados. Refleja reflexión y/o análisis personal.	Algunos integrantes del grupo han sido muy responsables y comprometidos. Se evidencian algunos intercambios y resoluciones grupales.	Predominó la responsabilidad entre los miembros del grupo, sin embargo, se evidencian resoluciones individuales.	Escasa responsabilidad entre los miembros del grupo.
	Trabajo individual	Todos los integrantes del grupo han sido muy responsables y comprometidos. Predominó la cooperación y colaboración dentro del grupo.	El estudiante participa en varios momentos en la resolución de la actividad propuesta pero en algunos de ellos sus aportes tiene errores menores.	El estudiante participa de la resolución de la actividad pero sus aportes no son significativos.	El estudiante nunca participó en la resolución del problema propuesto.
	Conceptos matemáticos	El estudiante participa en varios momentos en la resolución de la actividad propuesta.	Demuestra una comprensión sustancial de los conceptos matemáticos empleados.	Demuestra una mínima comprensión de los conceptos matemáticos empleados.	Demuestra una comprensión muy limitada de los conceptos matemáticos empleados.
	Conceptos y argumentación	Todos los razonamientos y argumentos matemáticos son correctos.	Muchos razonamientos y argumentos matemáticos son correctos (80% o más)	Algunos razonamientos y argumentos matemáticos son correctos (60% o más)	Menos del 60% de los razonamientos y argumentos matemáticos son correctos.
Lenguaje específico y notación	La terminología matemática es correcta y la notación se utiliza siempre, por lo que es fácil de entender el desarrollo de la resolución.	La terminología matemática es correcta y la notación suele utilizarse, por lo que es bastante fácil de entender el desarrollo de la resolución.	La terminología matemática presenta escasos errores y la notación suele utilizarse, pero a veces no es fácil entender el desarrollo de la resolución.	Hay escaso uso o uso inadecuado de la terminología matemática y la notación correcta lo que dificulta ampliamente entender el desarrollo de la resolución.	

#### 4. ANÁLISIS DE LA EXPERIENCIA

Esta experiencia innovadora en la enseñanza de espacios métricos aporta varios beneficios:

- Aplicación en el mundo real: Los estudiantes ven cómo los conceptos abstractos se aplican a situaciones reales, lo cual se manifestó como un aumento de su comprensión y motivación.
- Colaboración activa: La colaboración en grupos y la presentación de soluciones promovieron la comunicación y el trabajo en equipo entre los estudiantes, lo cual puede contribuir a mejorar su capacidad para resolver problemas de manera colaborativa en el futuro.
- Creatividad en la resolución de problemas: El alumnado tiene la oportunidad de explorar diferentes enfoques para resolver situaciones problemáticas, fomentando la creatividad y el pensamiento crítico.
- Uso de tecnología educativa: El uso de herramientas como *Google Drive* mejora la accesibilidad y la facilidad de colaboración online, preparando a los estudiantes para utilizar la tecnología en su futura práctica docente. La integración de herramientas como *GeoGebra* proporciona una dimensión adicional al proceso de aprendizaje al permitir una visualización dinámica y manipulación de conceptos matemáticos complejos. Esto no solo facilita la comprensión de los conceptos abstractos, sino que también fomenta una exploración más profunda y activa de los espacios métricos, preparando a los estudiantes para enfrentar desafíos matemáticos más avanzados y desarrollar una comprensión más sólida de los fundamentos matemáticos.

#### 5. CONCLUSIONES

Es fundamental enfatizar la importancia de que los futuros profesores de Matemática cuenten con un sólido dominio del contenido y habilidades pedagógicas flexibles para afrontar sus responsabilidades como educadores. Además de comprender la disciplina en profundidad, es crucial que posean conocimientos didácticos relacionados con la enseñanza de la matemática y sean capaces de estimular la reflexión y motivación de sus estudiantes.

La teoría de la transposición didáctica de Chevallard ofrece un marco conceptual útil para comprender cómo los conocimientos expertos se transforman en conocimientos enseñados en el contexto escolar, lo que implica adaptaciones y ajustes para garantizar su comprensión y aplicación por parte de los estudiantes. La experiencia innovadora presentada en este trabajo, que combina la resolución de problemas en contextos del mundo real con el uso de herramientas tecnológicas como *Google Drive* y *GeoGebra*, demuestra ser efectiva para aumentar la comprensión y motivación de los estudiantes en la enseñanza de espacios métricos. Este enfoque promueve un aprendizaje activo y significativo al tiempo que desarrolla habilidades colaborativas y de pensamiento crítico, aspectos fundamentales para la formación de profesores de Matemática.

#### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ascheri, M. E., y Reid, M. E. (2016). *Espacios métricos*. Editorial de la Universidad Nacional de La Pampa. <https://repo.unlpam.edu.ar/handle/unlpam/97>

- Bastán, M., Cuenya, H., y Fioriti, G. (2007). La Topología en la formación de profesores de matemática. En L. Ruiz-Higueras, A. Estepa y F. J. García (Eds.), *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico* (pp. 279-300). Universidad de Jaén.
- Bastán, M., Cuenya, H., y Fioritti, G. (2006). Un análisis histórico-epistemológico de la Topología y su vinculación con el saber enseñado en la formación de profesores de matemática. *Revista de Educación Matemática*, 21, 1–15. <https://doi.org/10.33044/revem.10474>
- Brousseau G. (2014). *Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática* (V. Fregona Trad.) Serie B. Trabajos de Matemática, FAMAF, UNC (trabajo original publicado en 1998).
- Chevallard, Y. (1997). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado* (3ra ed.). AIQUE Grupo Editor.
- Díaz Moreno, J. M. (1997). *Introducción a la topología de los espacios métricos*. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cádiz. <https://rodin.uca.es/handle/10498/27675>
- Lages Lima, E. (2020). *Espaços métricos* (6ta ed.). IMPA.
- Narli, S. (2010). Do students really understand Topology in the lesson? A Case Study. *International Journal of Behavioral, Cognitive, Educational and Psychological Sciences*, 2, 121–124.
- Pochulu, M. y Rodríguez, M. (Comps.) (2022). *Educación Matemática: Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*. Ediciones UNGS. <https://ediciones.ungs.edu.ar/wp-content/uploads/2022/08/9789876301169-completo.pdf>



# El desarrollo del sentido numérico y la intuición de números grandes en la Educación Infantil: En busca del 100

Beatriz Escorial González

CEIP Virgen del Rosario, Soto del Real, [beatriz.escorialgonzalez@educa.madrid.org](mailto:beatriz.escorialgonzalez@educa.madrid.org)

Carlos de Castro Hernández

Universidad Autónoma de Madrid, [carlos.decastro@uam.es](mailto:carlos.decastro@uam.es)

**Resumen:** Presentamos tres actividades para el desarrollo del sentido numérico en último curso de Educación Infantil. Las actividades favorecen la dotación de sentido a números “grandes” hasta el 100, profundizando en el conocimiento del sistema de numeración decimal. En ellas se utilizan andamiajes manipulativos y gráficos, y se desarrollan a través de conversaciones numéricas, potenciando los procesos matemáticos de comunicación y representación. La metodología del aula trata de armonizar un trabajo matemático profundo, bien conectado, y con ideas matemáticas importantes para abordar la transición a la Educación Primaria, con actitud de escucha y un gran respeto por el desarrollo infantil.

**Palabras clave:** Educación Infantil, sentido numérico, conversaciones numéricas, estimación.

## The development of number sense and intuition for large numbers in kindergarten: On the way to one hundred

**Abstract:** We present three activities designed to foster number sense in kindergarten. The activities aim to support meaningful engagement with “large” numbers up to 100, while deepening students’ understanding of the decimal number system. We use manipulative and visual scaffolding and implement the activities through number talks, promoting mathematical processes such as communication and representation. Classroom methodology seeks to integrate deep and well-connected mathematical knowledge, centered on important mathematical ideas that facilitate the transition to Primary Education, with a responsive pedagogical approach that respects and supports children’s developmental needs.

**Keywords:** Early Childhood Education, Primary Education, number sense, number talks, estimation.

### 1. EL NÚMERO, EN BUSCA DE SENTIDO

¿Por qué la Tierra es mi casa? ¿Por qué la noche es oscura?

¿Por qué la luna es blanca que engorda como adelgaza?

¿Por qué una estrella se enlaza con otra, como un dibujo?

¿Y por qué el escaramujo es de la rosa y del mar?

Yo vivo de preguntar, saber no puede ser lujo. (Rodríguez, 1994)

El término “sentido numérico” se popularizó en los años 90 en el ámbito de la Educación Matemática. Aunque hay diversas definiciones del sentido del número, no todas resultan

cercanas a la etapa educativa de la Educación Infantil. Una buena forma de acercarse al significado del sentido matemático, en general, y al sentido numérico, en particular, comprendiendo su alcance dentro de la Educación Infantil, es el trabajo de Alsina et al. (2022).

Comenzamos con algunos apuntes sobre el sentido numérico en estas edades, basándonos en la revisión de Adamuz y Bracho (2020). El sentido numérico implica el desarrollo de cierta intuición acerca de los números, la capacidad de comunicar con ellos e interpretar informaciones numéricas. Tener un buen sentido del número hace que se manifieste una tendencia a dar sentido a las situaciones relacionadas con números y cantidades. Nos ayuda a desarrollar una buena comprensión acerca del tamaño de los números, disponiendo de referencias para las medidas de objetos y situaciones familiares de nuestro entorno. El sentido numérico implica poder seguir caminos diferentes para resolver una cuestión matemática; es decir, un enfoque más estratégico que algorítmico. Y también nos habilita para utilizar diversas representaciones numéricas de forma flexible.

Hablar del sentido numérico suele conducir casi siempre a enumeraciones de ciertos rasgos que pensamos que capturan bien esta idea. Y esperamos mostrar que todas las características enunciadas anteriormente están presentes y que su desarrollo se potencia mediante la propuesta de actividades que planteamos. No obstante, pensamos que la idea o la intuición que trata de capturar y condensar el sentido numérico se transmite de una forma más global y poética en las palabras de Silvio Rodríguez en la cita con la que comenzamos el artículo. El sentido del número lo encontramos en el cruce de caminos entre los números y cantidades y los porqués que estos suscitan, al crecer con la actitud inquisitiva del “niño preguntero” de la canción.

## 2. ACTIVIDADES QUE LLENAN LAS MATEMÁTICAS DE SENTIDO

A continuación, describimos tres actividades matemáticas que se han llevado al aula de último curso de Educación Infantil, con niñas y niños de 5 y 6 años del CEIP Virgen de Peña Sacra, de Manzanares el Real. Este colegio sigue el Método ABN, aunque gran parte de las propuestas matemáticas para Educación Infantil han surgido de colaboraciones anteriores a la implantación del método (De Castro y Escorial, 2007b; De Castro et al., 2009) y este se sigue de forma flexible. Las actividades están orientadas a estimular el desarrollo del sentido numérico y comparten una serie de características comunes:

- Son actividades numéricas con números del 1 al 100. Esto podría extrañar, en principio, por tratarse de un tamaño de número más típico de primer curso de Educación Primaria. Podría parecer que estamos adelantando contenidos de Primaria a Infantil, pero esperamos mostrar que, si bien el tamaño de los números es grande, el tipo de actividad matemática es adecuado al desarrollo infantil. De hecho, se trata de un tipo de actividades llevado a la práctica con alumnado de ambas etapas, lo que las hace interesantes para promover una transición matemática suave de Infantil a Primaria. A su vez, el enfoque didáctico que damos a las actividades está basado en partir de la curiosidad que sienten los niños por los números grandes y de la búsqueda de sentido a números con los que ya se están familiarizando a través del conteo.
- Son actividades que se desarrollan con representaciones que favorecen la comprensión de la estructura del sistema de numeración y con las que se ha trabajado previamente. Entre ellas, destacamos el calendario, la Tabla 100, los bloques de base 10, los palillos agrupados de 10 en 10, los marcos de decenas o el *rekenrek*. El objetivo es promover un

acercamiento intuitivo, a través de situaciones y experiencias próximas, a ideas como la de decena, que tendrán un peso importante en cursos posteriores.

- Son actividades de “suelo bajo y techo alto”. Pueden hacerse utilizando una diversidad de estrategias, desde las más básicas que, aunque resulten poco eficientes, conducen a la solución, hasta estrategias que demuestran un conocimiento más profundo de los contenidos y procesos implicados en la actividad. Además, las actividades pueden realizarse solicitando ayudas indirectas de los compañeros, que ofrecen pistas. Dar pistas a los compañeros requiere entrenamiento. Lo natural en estas edades es dar la respuesta. Pensar en dar solo pistas tiene una función metacognitiva, pues obliga a ser consciente del propio proceso mental, para detenerse unos pasos antes de la solución.
- Son actividades con las que tratamos de desarrollar en especial los procesos matemáticos de representación y comunicación. En ellas toman un peso especial las conversaciones matemáticas (*math talks*), tanto por parejas como en gran grupo, aprovechando el momento de la asamblea.

Las conversaciones matemáticas generan un entorno de aprendizaje centrado en el niño y juegan un papel central en esta propuesta. Favorecen el uso cada vez más preciso del lenguaje y la articulación del pensamiento propio, dándole organización, a fin de poder comunicarlo. La expresión del pensamiento propio produce un andamiaje especialmente valioso para el aprendizaje de los compañeros. Desde el punto de vista del sentido numérico, dan lugar a discusiones matemáticas ricas basadas en el deseo de comprender el mundo.

Desde el punto de vista del ambiente y comunidad del aula, crean un espacio reflexivo en que los alumnos pueden aplicar estrategias matemáticas en situaciones de indagación significativas utilizando sus conocimientos previos. Dan oportunidades a los niños de asumir riesgos y cometer errores de forma segura, desmitificando la falsa idea de que cometer errores en matemáticas es algo negativo. Las conversaciones matemáticas dan a los niños oportunidades diarias de hablar frente a otros en un espacio no amenazante. En consecuencia, contribuyen a deconstruir la visión de las matemáticas como una actividad solitaria, o el pensamiento de que, en matemáticas, es el profesorado el que tiene todas las respuestas.

En la evaluación, las conversaciones matemáticas facilitan que se demuestre la comprensión de las matemáticas de formas no tradicionales, permitiendo una evaluación que reconoce el aprendizaje y ayuda a contar la historia de su recorrido matemático. Además, se complementan con elementos de documentación de la actividad infantil como fotos, videos, dibujos, anécdotas, y reflexiones docentes (McLellan, 2019).

## 2.1. El número misterioso

Dentro de las actividades de la asamblea diaria en el aula de 5 años, utilizamos un calendario mensual con los días tapados por fotografías. Cada una de ellas muestra el número oculto debajo con una representación alternativa a la simbólica expresada con cifras. Las fotografías van cambiando cada cierto tiempo buscando el equilibrio entre asentar el conocimiento de los números y sus representaciones y ofrecer retos diferentes. Los primeros números, hasta el 12, se representan con imágenes que hacen presentes cantidades que corresponden al número tapado. El primer día de clase, 9 de septiembre, la fotografía corresponde a una mariquita con nueve puntos: una *coccinella novemnotata* (Figura 1). La imagen no representa un número de forma inequívoca, pues la mariquita también podría representar el uno, por ser un único insecto; el dos, por sus alas o sus antenas; o el seis, por sus patas. La imagen tiene el potencial de suscitar

la discusión y animar el debate numérico. A partir del 13, las fotografías muestran números a través de imágenes de materiales manipulativos familiares en el aula: marcos de decena, bloques de base 10, palillos, *rekenrek*, o marcas de conteo (*tally marks*) estadísticas con agrupamientos de 5 en 5. Todas las imágenes permiten la subitización, o reconocimiento de la cantidad de un golpe de vista sin necesidad de contar (De Castro, 2015). A final de curso, y al inicio de la Educación Primaria, las representaciones pueden reflejar también operaciones aritméticas.

### Figura 1

*Calendario de septiembre: El primer día de clase.*



En la Figura 1, los días hasta el 8 de septiembre aparecen descubiertos porque no había comenzado aún el curso. En la asamblea, se reflexiona sobre el número tapado. Como indicamos antes, no hay una única respuesta válida para la representación numérica, pero parte de la información para resolver este enigma numérico viene dada por el contexto del calendario. La maestra toma la fotografía del calendario y pide a la clase que pongan su cerebro en “modo pensador”. Muestra la imagen sin tiempo suficiente para contar cantidades en ella, para generar una imagen mental con la que trabajar sin el objeto presente, mientras dice: “Acordaos de hacer una fotografía en vuestro cerebro”. El objetivo de este planteamiento es que se utilice la subitización y un enfoque visual del número, complementario del conteo. El modo “cerebro pensador” ayuda a comprender que en esta parte de la actividad no se debe hablar. Se trata de un momento de reflexión individual sobre lo que se ha visto, que proporciona una oportunidad de elaborar hipótesis antes de que compartir con los compañeros. Para quien requiere más tiempo para procesar, le proporciona el tiempo necesario, al no haber una respuesta externa que interrumpa su pensamiento. Además, transmite el valor de lo importante que es tomarse un tiempo para responder, favoreciendo más la reflexión que una respuesta inmediata y rápida. Una vez toda la clase ha tenido la oportunidad de visualizar la imagen y formular una hipótesis sobre el número oculto, la maestra dice: “Ahora, vuélvete con una pareja y comentad qué número creéis que es”. Aquí se hace la transición del modo cerebro pensador al modo cerebro hablador. En la Figura 2, mientras Borja ofrece su argumento a Carlos, Teo observa el calendario para interpretar la conversación de sus compañeros.

## Figura 2

*Compartiendo ideas por parejas acerca del número misterioso.*



El objetivo de comenzar compartiendo por parejas es que todos tengan la oportunidad de ser escuchados, al menos por otro compañero o compañera, y establecer una dinámica de debate entre ellos. Además, las parejas minimizan la probabilidad de perderse en el gran grupo. Con una pareja hablas o escuchas a alguien directamente, de modo que los que tienden a quedarse en segundo plano, o con menor actividad, se ven más animados a participar. Son momentos en que aparecen conversaciones matemáticas muy valiosas, en los que las hipótesis formuladas se explican y se justifican.

En la Figura 2, a la derecha, varias parejas comparten. Mientras que en la primera pareja se están intercambiando puntos de vista, la segunda, Eneko y Mateo, comprueban mirando el calendario la hipótesis de uno de ellos. En la tercera, Idune explica a Raquel lo que ha pensado. Pasados unos minutos en parejas, a una señal, la clase vuelve al trabajo en gran grupo. De forma aleatoria, extrayendo palos de polo con nombres escritos, se elige a tres compañeros que explican sus hipótesis a los demás. Deben contestar a las preguntas: ¿qué número crees que es? y ¿por qué? A partir del segundo trimestre, un cuarto alumno debe, además, plantear cómo se escribe el número oculto; especialmente, para números mayores de 10.

Tanto si las hipótesis son correctas o no, se escuchan por toda la clase. En el caso de las incorrectas, se intenta descubrir qué hay detrás del error, qué está ocurriendo y a qué se debe la confusión. A veces las hipótesis se centran en la información que ofrece la fotografía. Otras veces, es el contexto quien nos da la información: “Cómo sé que después del 21 va el 22, pues tiene que ser el 22”. Pero el contexto no siempre resulta tan obvio. Si hay fines de semana o puentes de por medio, suele costar un tiempo entender que hay que contar también con esos días y números (Figura 3). Tras la puesta en común, se descubre el número misterioso, situado a la vuelta de la imagen y se comprueba si las hipótesis eran correctas. Si ninguna era correcta, se explica por qué. El momento posterior a desvelar el número suele ir acompañado de un baile.

## Figura 3

*Número desvelado después del Puente del Pilar.*




Durante el mes de marzo, se comenzó un proyecto de historia antigua sobre Egipto y Roma. En esta actividad, comenzamos a introducir la numeración egipcia en los números hasta el 10. A partir del 11, seguimos con las representaciones manipulativas a fin de consolidar la idea de decena. De los números romanos se comenzó a hablar por casualidad. La clase de 5 años tiene el nombre de “Los Rinocerontes de Java” y, al hacer un cohete con cajas (Figura 4), se decidió ponerle el nombre de JAVA I. Al leer el I, leían “i”, así que la maestra tuvo que aclarar que no era el “JAVAI”, sino el “JAVA I”, lo cual condujo a hablar de... ¡los números romanos!

**Figura 4**

*Los números egipcios en el proyecto de historia antigua y el cohete JAVA I.*

I	1	∩	10	ϣ	100
II	2	∩∩	20	ϣϣ	200
III	3	∩∩∩	30	ϣϣϣ	300
IIII	4	∩∩∩∩	40	ϣϣϣϣ	400
IIII I	5	∩∩∩∩∩	50	ϣϣϣϣϣ	500
IIII II	6	∩∩∩∩∩∩	60	ϣϣϣϣϣϣ	600
IIII III	7	∩∩∩∩∩∩∩	70	ϣϣϣϣϣϣϣ	700
IIII IIII	8	∩∩∩∩∩∩∩∩	80	ϣϣϣϣϣϣϣϣ	800
IIII IIII I	9	∩∩∩∩∩∩∩∩∩	90	ϣϣϣϣϣϣϣϣϣ	900



## 2.2. Camino de la fiesta del 100: La construcción de la Tabla 100

La Tabla 100 es un instrumento poderoso para el aprendizaje matemático. En Educación Infantil, la hemos utilizado para relacionar la numeración oral con la escrita. Esto lo hacemos desde hace tiempo en situaciones de juego, como en partidas de bingo, para aprender a leer y a escribir los numerales con cifras (De Castro y Escorial, 2007a). El alumnado está familiarizado con este modelo para los 100 primeros números, aunque en Educación Infantil el acercamiento a los números grandes tenga un carácter exploratorio y se dé a través de pequeños retos como el que aquí describimos.

La Tabla 100 conecta el sentido numérico y el espacial. Cada fila representa una decena. Cada número en su casilla comparte la cifra de las decenas con los de su misma fila, salvo con la última, en la que se completa la decena siguiente, y tiene su cifra de las unidades igual a los demás números de su columna. Cada operación aritmética lleva asociado un movimiento: sumar 10 es bajar una casilla; restar 10, subir una casilla; sumar 3, avanzar 3 casillas hacia la derecha, como en un juego de tablero, bajando si es necesario a la fila siguiente, etc. La Tabla 100 es un recurso para explorar los números, y para descubrir patrones que ayudan a los niños a interiorizar y a comprender mejor la estructura de nuestro sistema de numeración.

Desde el primer día de colegio en septiembre hasta mediados de febrero, en la asamblea, se va construyendo una Tabla 100 que comienza completamente vacía y finaliza al alcanzar los 100 primeros números. Ese día se celebra, en “La fiesta del 100”, que somos 100 días más sabios y 100 días más “viejos”. En paralelo, cada día se añade un eslabón a una cadena hasta completar 100 eslabones. El texto de cada eslabón indica, en mayúsculas, “1.º día de colegio”, etc., empleando los números ordinales, tanto oralmente, como en su escritura con cifras. Con la cadena, por un lado, representamos que la serie numérica se construye añadiendo uno cada día; por otro lado, la cadena es una representación visual y tangible, tanto de este proceso, como de

la duración temporal, a través de la longitud y el número de eslabones. En la Figura 5 observamos los dos primeros números en la tabla y los eslabones correspondientes en la cadena. Tras unos pocos días de margen para acostumbrarse a la escritura de los ordinales, a partir del 4º día, se hace obligatorio emplear el indicador ordinal, con la “o” escrita como superíndice. A medida que avanzan los ordinales, aparecen palabras que provocan risa. “Vigésimo” se parece mucho a “viejísimo”. Por supuesto que conocer el ordinal “cuadragésimo tercero” es algo muy alejado de los objetivos de la etapa de Educación Infantil. Sin embargo, descubrir el patrón de formación de estas palabras tan extrañas se convierte en un atractivo juego de lenguaje de mayores: Decir “septuagésimo octavo” es algo que no está al alcance de cualquiera.

También en la Figura 5, derecha, se pueden ver 5 decenas colocadas donde, en el futuro, la clase colocará el número 50. Esta situación surgió porque una niña trajo a clase 5 decenas con palillos agrupados, porque su hermana mayor estaba haciendo deberes en casa y ella le ayudó a formar decenas. Entre todos, se planteó y discutió la hipótesis sobre qué número debería ir ahí, problema que quedó pendiente de comprobación futura.

### Figura 5

*La construcción de la Tabla 100, y la cadena, desde el primer día del curso.*



La fiesta del 100, con sus 100 días previos, supone un tipo de actividad muy rica en contenidos importantes para la transición de Educación Infantil a Primaria. Estos contenidos incluyen aspectos del recitado de la secuencia de palabras número (De Castro y Ramírez, 2017) y el conteo, ideas de valor posicional y conexiones entre conocimientos aritméticos y espaciales, y una iniciación a la descomposición aditiva para fundamentar el cálculo mental. Los enumeramos a continuación:

- Identificar en los patrones presentes en la recitación oral de la secuencia de las palabras número del conteo necesarias para contar hasta 100.
- Comprender que la serie numérica se construye añadiendo uno más al número anterior.
- Profundizar en la idea de decena, llegando a comprender cómo se construyen los números a partir del 10, distinguiendo en cada número cuántas decenas completas hay y cuántas unidades.
- Comprender que el número 100 está compuesto por 10 decenas.
- Asentar el conteo de 10 en 10, para poder contar cantidades organizadas en decenas.
- Aproximación, a través de una situación cotidiana y familiar, a los números ordinales.
- Usar el concepto de fila y columna para ubicar e identificar un objeto en una tabla.
- Usando el contexto que proporciona la Tabla 100, ser capaz de localizar un número cualquiera entre los 100 primeros.

- Trabajar con conceptos como número anterior, número posterior, una decena más y una decena menos, con cualquier número de la Tabla 100, estableciendo relaciones de los números con posiciones y movimientos en la Tabla.
- Revisar, y aprender con fluidez, las parejas de números que suman 10. La descomposición aditiva del 10 es la base del cálculo mental.
- Avanzar en el cálculo mental de modo que, sin emplear el conteo, lleguemos a averiguar cuánto falta a un número para llegar al 100 (descomposiciones aditivas del 100).

Al ir completando la Tabla 100, sobre todo a partir del 10º día, el alumnado debe concentrarse en el contexto para construir el siguiente número. Como siempre, aunque el peso de la actividad lo lleva encargado del día, se puede solicitar ayuda a los compañeros. La pregunta guía siempre es la misma: “¿Qué número crees que es el siguiente en la Tabla 100? ¿Por qué?” A veces los niños no saben cómo se llama el número, pero sí cómo se construye, y dicen que “es 2 decenas y 3 unidades”, o “un 2 y un 3”. Entonces se plantea qué significan ese 2 y ese 3. Se da así una construcción paulatina y andamiada de ideas fundamentales para el pensamiento matemático. Las pistas de los compañeros son del siguiente tipo: “Fíjate en la columna”, pues todas las columnas acaban igual; “Fíjate en la fila”, porque, análogamente, todas las filas comienzan igual; “Fíjate en la última decena completa”, que además de aparecer en la columna de la derecha están coloreadas de rojo, igual que los múltiplos de 10 en la cadena, siguiendo los códigos de color ABN; o “Fíjate en el último número que hay en la tabla”.

A medida que avanzan los días y nos acercamos al 100, surgen espontáneamente la pregunta de “¿Cuántos días faltan para el 100?” Entonces, el encargado se fija en cuánto queda para completar la decena, sin contar, usando los amigos del 10 (números que suman 10 en la terminología ABN) y luego cuenta las decenas completas aun vacías (Figura 6).

### Figura 6

*Faltan 4 para completar la decena y 2 filas más: 24 días.*



En la Figura 6, vemos cómo se puede calcular cuánto queda para la fiesta del 100 sin contar. Dado que el último número acaba en 6, nos quedan 4 más para completar la decena. Después, hay dos decenas por completar. Elaborando entre todos en clase, llegamos a que quedan 24 días.

En cuanto a la cadena (Figura 7), al inicio del curso se utiliza como instrumento de medida. Por ejemplo, se mide al encargado, viendo cuántos eslabones hay desde su cabeza hasta el suelo. Pasados unos días, la cadena supera en altura a los alumnos y a la maestra y se vuelve difícilmente manejable, pero volveremos a ella como instrumento de medida para comprobar estimaciones.

### Figura 7

La guirnalda extendida en el aula sobre el calendario y la Tabla 100.



### 2.3. “Números dormilones”: Detalle una actividad matemática en la construcción de la Tabla 100

Con la Tabla 100, en la asamblea, se realiza la actividad de los “Números dormilones”. Describimos la actividad y las estrategias infantiles para mostrar porqué se trata de una actividad de suelo bajo y techo alto. El reto consiste en descubrir qué números están alrededor de un número de la tabla. En la imagen, aparece el número que se erige en referencia base, el 39, y los números dormilones que, comenzada la asamblea, aún no han conseguido llegar a clase (Figura 8). Los alumnos son elegidos al azar, a través de palos de polo con sus nombres, como hemos mencionado antes. Esto hace que todos permanezcan atentos, ya que cualquiera puede tener que dar una explicación en cualquier momento, y garantiza que no hay sesgos por parte de la maestra. Esta forma de gestionar la intervención trata de evitar que hablen siempre los que han levantado la mano y también sobreproteger a aquellos que prefieren mantenerse siempre en un segundo plano y el profesorado permite que no hablen en clase. Todas las voces deben ser escuchadas con el paso de los días.

La primera alumna debe indicar qué número se ha quedado solo. Dice que “es el 39, porque tiene un 3 y un 9”. Después, añade que “eso son 30 y luego 9, porque hay 3 decenas y un 9”. La siguiente persona elegida debe desvelar, a su elección, uno de los números tapados. Escoge el posterior: “Es 40, porque es el que va después del 39”. Otro niño responde, señalando la serie descendente de la columna de los múltiplos de 10, de fondo rojo: “También te podías haber fijado en las decenas. Después del 10, 20, 30... va el 40”.

### Figura 8

Números dormilones.



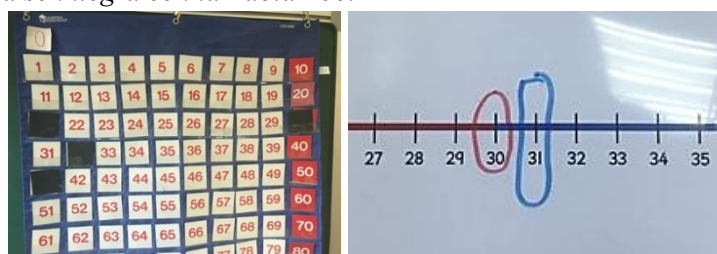
El siguiente encargado de revelar el número se fija en hueco sobre el 39. Decide solicitar ayuda y elige quién quiere que le ayude. El primer ayudante pide que se fije en la columna, a lo que el encargado responde: “Veo que tiene que acabar en 9”. Al seguir necesitando ayuda, el

siguiente ayudante le dice que se fije en la última decena completa, el número 20, y a partir de ahí, cuenta sin ayuda: “21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29”. Después, se decide descubrir el anterior. El encargado, señalado por sorteo, expresa con seguridad que es el 38. Ante la petición de una justificación para su respuesta, por parte de la maestra, argumenta: “Primero he contado las decenas completas y después me he fijado en los 8. Además, es el que está entre el 37 y el 39”. El último alumno está obligado a desvelar una decena más: “Sé que debe tener un cuatro”. Al no saber continuar, le sugieren los compañeros: “Cuenta”. Con esta indicación, se sitúa en el 10, baja contando por decenas y, al llegar al 40, continúa del 41 al 49.

En alguna ocasión, algún alumno se ve obligado a recurrir a la estrategia base menos eficiente, pero segura: Contar desde el 1 hasta llegar al número que está buscando. Por esta variedad de estrategias disponibles para resolver la tarea, que suponen un rango muy amplio en el conocimiento del sistema de numeración, decimos que se trata de un reto de suelo bajo y techo alto. Además, poder usar del comodín del ayudante, que no puede dar la solución, pero que apunta en dirección a ella, hace que sea posible casi siempre llegar a la meta por un camino u otro. En algunas ocasiones, los números dormilones se complican un poco más, cuando un cambio de fila hace que no se forme la configuración de las casillas ocultas en cruz (Figura 9, izquierda). En esos casos, para algunos no resulta tan evidente que el número que falta sea el anterior del número objetivo. En estos casos, sirve de ayuda recurrir a la recta numérica. Al no estar la recta fragmentada en filas, resulta más evidente la relación entre un número, el anterior y el siguiente (Figura 9, derecha).

### Figura 9

La recta numérica se integra con la Tabla 100.



## 2.4. Con la tabla construida... ¡El día de la Fiesta del 100!

El 18 de febrero se celebró la fiesta del 100. El curso cumple 100 días. Surge la propuesta de ir disfrazados de ancianos de 100 años. La fiesta se organiza en torno a juegos y retos que involucran el número 100. Habrá, entre otras cosas: disfraces de ancianos, instalaciones artísticas con grupos de 100 objetos en la línea de las propuestas de Alsina y León (2016), una “Ceremonia de la Tabla 100”, una actividad de estimación con la cadena o guirnalda, y la fiesta finalizará con la ingesta de... ¡100 gusanitos! No todos los niños quieren disfrazarse de anciano, pero la maestra siempre va la primera, guiando; y los niños encuentran la instalación formada por diversos objetos, palos de polo, vasos, tapones de colores, etc. (Figura 10).

Para que niñas y niños puedan desarrollar su sentido numérico, se hace necesario adoptar diversos referentes, en distintos contextos, que los pequeños puedan asociar al número 100. Estos referentes son la edad de un anciano, la longitud y el número de eslabones de la cadena que han ido formando durante el curso, la cantidad de casillas que forman la Tabla 100, el tiempo transcurrido desde el inicio del curso, o los 100 palos de polo o vasos de plástico o los tapones que aparecen en la instalación. Todo es el 100 en situaciones de conteo, de longitud o

de duración temporal. Pero el 100 tiene que viajar más allá del número. Son intuiciones que nos acercan a la cantidad dotándola de sentido para nosotros. Una cantidad que debe pasar de tres cifras, sujetas a convenciones adultas aun lejanas, a una realidad más o menos cercana, tangible o, al menos, imaginable.

### Figura 10

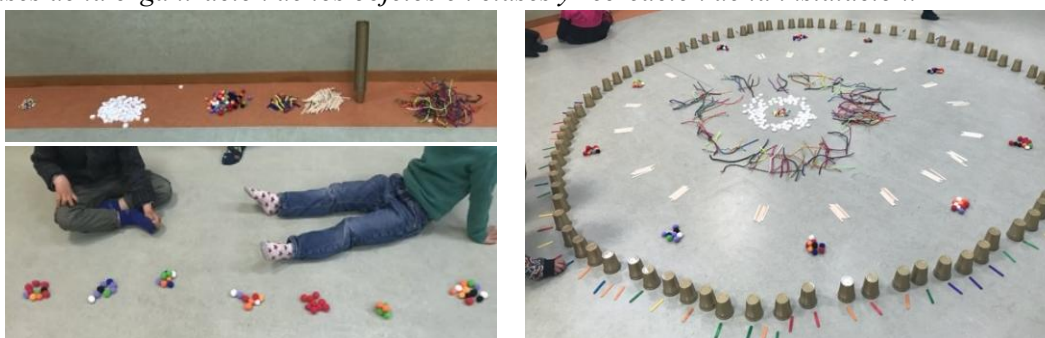
*Maestra disfrazada de anciana de 100 años e instalación artística.*



Tras el juego libre, se debe volver a recrear la instalación para el resto de los grupos de 5 años. La disposición de los objetos en la instalación organizados formando patrones, requiere clasificar el material previamente. Es más cómodo ir colocando los palos, o los tapones, si los tenemos bien organizados. La clasificación no surge como actividad escolar, sino como una necesidad de preparar la actividad y el juego (Figura 11, izquierda).

### Figura 11

*Fases de la organización de los objetos en clases y recreación de la instalación.*



En esta ocasión, la colocación de los materiales va guiada por la maestra, por falta de tiempo para dejar una propuesta organizada para el grupo siguiente. Al final, todo queda preparado como nos lo encontramos al inicio (Figura 11, derecha). Las diferencias entre la instalación inicial y la final dan cuenta de los patrones que se descubren, que son los que más reflejo tienen en la instalación final.

Luego damos paso a la “Ceremonia de la Tabla 100”, un acontecimiento donde, cómo no, el alumnado recibe con cierta formalidad varias Tablas 100 diferentes: una plastificada, para casa, para los cursos siguientes; otra para la clase, donde colorean las decenas completas en rojo, y que también se guarda plastificada en los cajones (Figura 12); y una Tabla 100 de madera, que quedará a disposición de la clase en el rincón de matemáticas.

**Figura 12**

*Momentos de trabajo en la ceremonia de la Tabla 100.*

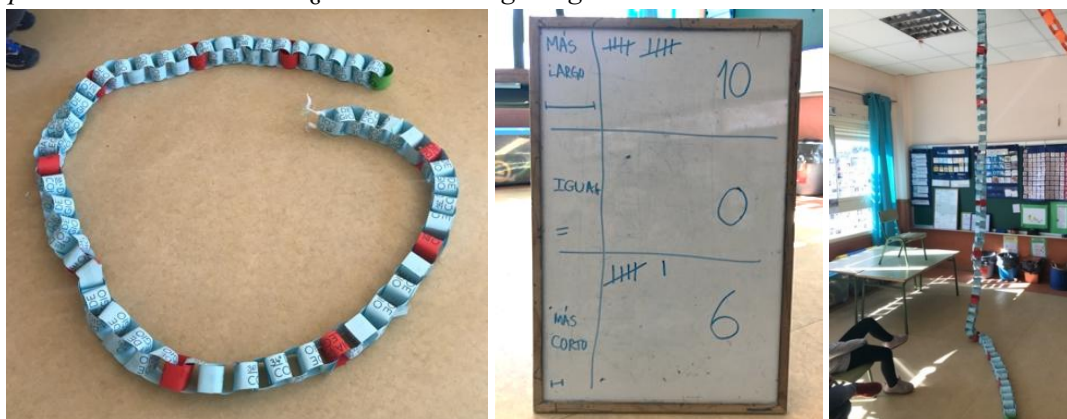


A continuación, dirigimos nuestra atención a la cadena formada por los eslabones que representan los días que han ido pasando. Hace tiempo que nos acompaña adornando la clase, como una representación estética y tangible, testigo de los cambios que hemos experimentado desde que comenzamos el curso. Al principio se utilizaba como instrumento de medida para medir a los alumnos, la maestra, o el largo de la pizarra. Tras un tiempo sin usarse activamente, y por la curiosidad de un alumno, vuelve a aparecer para ayudarnos en una actividad de estimación de longitudes: ¿Es más larga la cadena que la distancia del techo al suelo, con lo que sobraría parte de la cadena al colgarla del techo? ¿Será justo igual de larga? ¿Menor, quedando corta? Cada uno debe hacer su estimación y todas ellas se organizarán en una tabla representando las frecuencias de cada respuesta con marcas de conteo y después con numerales con cifras (Figura 13). Resulta curioso que nadie haya pensado que la cadena y la altura de la clase podrían ser iguales. Sería demasiada casualidad, ¿verdad?

El alumnado está ya familiarizado con las recogidas de información en tablas y con las marcas de conteo. La escritura de numerales es inmediata, pues las marcas agrupadas de cinco en cinco no requieren el conteo para cuantificarse. Todo esto forma parte del aprendizaje de la estadística y del sentido estocástico, que también se desarrolla desde la Educación Infantil. Y cuando la maestra pregunta “¿Cómo es posible que sepáis tantas cosas?”, algunos dicen que sus padres y hermanos les enseñan muchas cosas, pero otros reconocen que en el cole también se aprende mucho. ¡Menos mal! Y, como no hay hipótesis sin un contraste posterior, la maestra cuelga la cadena del techo para comprobar qué estimaciones han reflejado un sentido de la medida algo más desarrollado (Figura 13, derecha).

**Figura 13**

*El problema de estimación: ¿Cómo es de larga la guirnalda?*



### 3. CONCLUSIONES

Al presentar el listado de objetivos de la construcción de la Tabla 100 y de la Fiesta del 100, el profesorado de Educación Infantil podría formarse la idea de que hacemos un trabajo más cercano al currículo del primer curso de Primaria que del último curso de Educación Infantil. Sin embargo, el número 100 está muy presente en el interés infantil en estas edades. Muchos alumnos han aprendido a contar hasta 100. Todos conocen su existencia y es un número que parece mágico y resulta lejano. Las actividades permiten una aproximación exploratoria que se ajusta al nivel de cada niño, permitiendo construir conocimientos nuevos desde el lugar en el que se encuentra cada uno; sin forzar, pero sin limitar.

Además, los apoyos manipulativos, las representaciones gráficas, y la posibilidad de pedir ayuda a los compañeros, son constantes. El enfoque informal de las actividades, las conversaciones matemáticas, la repetición diaria de oportunidades de aprendizaje, y el propio planteamiento de las actividades, con suelo bajo y techo alto, considerando cuidadosamente la variedad de las estrategias infantiles, hace que este tipo de actividad matemática pueda abordar contenidos de gran profundidad matemática. Con todo, esperamos haber mostrado que nuestro trabajo parte de una actitud de escucha y está planteado desde el respeto al desarrollo infantil propio de estas edades.

Estas actividades, con pequeñas adaptaciones, también se desarrollan en primer curso de Primaria. Ma (2010) decía que el conocimiento matemático del profesorado debe ser amplio y profundo y este conocimiento debe evidenciarse en las propuestas de aula. La amplitud implica la presencia de conexiones de los temas con otros del mismo nivel: la recitación de la secuencia de palabras número, el conteo, conceptos del número anterior y siguiente, la iniciación a la lectoescritura de numerales con cifras o la descomposición aditiva de números de una cifra. La profundidad supone la conexión de un tema con otros de nivel superior, como las que se dan con ideas de valor posicional, con el conocimiento de las decenas, las descomposiciones de números de dos cifras al ver cuánto falta para el 100, o la iniciación a las sumas y restas de decenas a través de la conexión de la aritmética con movimientos en la Tabla 100. Estas últimas conexiones, que muestran la profundidad del conocimiento que se desarrolla con esta actividad matemática, constituyen las semillas de una siembra para el porvenir al inicio de la Educación Primaria. Pero una buena Educación Infantil siempre prepara bien y es compatible con la sensibilidad al desarrollo infantil. No se trata de anticipar contenidos de cursos posteriores, sino de ser capaces de comprender qué aspectos de las ideas matemáticas más importantes, y más generadoras de futuros aprendizajes, resultan accesibles al pensamiento y la intuición infantiles, y de qué modo niñas y niños puedan comenzar a apropiarse de ellas dotándolas de sentido.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adamuz, N., y Bracho, R. (2020). Desarrollo del sentido numérico. En M. T. García Pérez y N. Adamuz Povedano (Eds.), *Del número al sentido numérico y de las cuentas al cálculo táctico: Fundamentos, recursos y actividades para iniciar el aprendizaje*. Octaedro.
- Alsina, Á., Berciano, A., De Castro, C., Edo, M., Giménez, J., Jiménez, C., y Vanegas, Y. (2022). Matemáticas en la educación infantil. En L. J. Blanco, N. C. Rodríguez, M. T. G. Astudillo, A. Moreno-Verdejo, G. M. S. M. García, C. de Castro-Hernández, & C. Jiménez-Gestal (Eds.). (2023). *Aportaciones al desarrollo del currículo desde la investigación en educación matemática* (107-147). Universidad de Granada.

- Alsina, Á., y León, N. (2016). Acciones matemáticas de 0 a 3 años a partir de instalaciones artísticas. *Educatio Siglo XXI*, 34, 33-62. <https://doi.org/10.6018/j/263801>
- De Castro, C. (2015). Aprendiendo a subitizar cantidades con el *rekenrek* en un sistema online para el aprendizaje de las matemáticas. *Épsilon. Revista de Educación Matemática*, 32(2), 49-57.  
[https://thales.cica.es/epsilon\\_d9/sites/default/files/2023-04/epsilon90\\_5.pdf](https://thales.cica.es/epsilon_d9/sites/default/files/2023-04/epsilon90_5.pdf)
- De Castro, C., y Ramírez, M. (2017). El aprendizaje del conteo y el recitado de la secuencia de palabras número: Articulando las matemáticas importantes con las imprescindibles. *Épsilon. Revista de Educación Matemática*, 96, 81-100.  
[https://thales.cica.es/epsilon\\_d9/sites/default/files/2023-04/epsilon96\\_6.pdf](https://thales.cica.es/epsilon_d9/sites/default/files/2023-04/epsilon96_6.pdf)
- De Castro, C., Walsh, J., Del Coso, E., Salvador, C., González, V., Escorial, B. (2009). “Dos de todo”: El cuento chino de los problemas de comparación multiplicativa en la Educación Infantil. *Épsilon: Revista de Educación Matemática*, 73, 33-42.
- De Castro, C., y Escorial, B. (2007a). Iniciación a la lectoescritura de números de dos cifras a los cinco años: Una narrativa de la actividad infantil. Em P. Pequito e A. Pinheiro (Coord.), *Quem Aprende Mais? Reflexões sobre Educação de Infância* (pp. 157-168). Porto: Gailivro.
- De Castro, C. y Escorial, B. (2007b). Resolución de problemas aritméticos verbales en la Educación Infantil: Una experiencia de enfoque investigativo. *Indivisa, Boletín de Estudios e Investigación, Monografía IX*, 23-47.
- Ma, L. (2010). *Conocimiento y enseñanza de las matemáticas elementales. La comprensión de las matemáticas fundamentales que tienen los profesores en China y los EE. UU.* Academia Chilena de Ciencias
- McLennan, D. M. P. (2019). Joyful number talks in kindergarten. *Journal of Teaching and Learning*, 13(2), 43-54. <https://doi.org/10.22329/jtl.v13i2.5684>
- Rodríguez, S. (1994). Escaramujo [Canción]. En Rodríguez. Fonomusic.

# Sesiones enriquecidas en una situación de aprendizaje para Estadística

Álvaro Molina Ayuso

IES Blas Infante (Córdoba), [molinaayuso@gmail.com](mailto:molinaayuso@gmail.com)

**Resumen:** En este trabajo se presenta el diseño de una situación de aprendizaje para Matemáticas de 4º de ESO de Estadística, desatacando la inclusión de tareas de enriquecimiento que aportan un enfoque competencial acorde a distintos procesos matemáticos que facilitan el aprendizaje a través de la resolución de problemas para pensar. Esto ayuda el desarrollo de competencias socio afectivas, ya que se promueve un trabajo colaborativo más allá de las actividades convencionales. El diseño de la situación de aprendizaje se hace bajo el modelo 5E, lo cual facilita el diseño de las sesiones y el planteamiento de escenarios para la ampliación de propuestas.

**Palabras clave:** resolución de problemas, enriquecimiento, estadística, Scratch, Thinking Classroom, Nrich.

## Enriched sessions in a learning scenario for Statistics

**Abstract:** This work presents the design of a learning scenario for 4th ESO Mathematics in Statistics, highlighting the inclusion of enrichment tasks that provide a competence approach according to different mathematical processes that facilitate learning through problem-solving for thinking. This helps the development of socio-affective competences, since collaborative work is promoted beyond conventional activities. The design of the learning situation is done under the 5E model, which facilitates the design of the sessions and the creation of scenarios for scenarios for proposal extension.

**Keywords:** problem solving, statistics, enrichment, Scratch, Thinking Classroom, Nrich.

## 1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, hemos visto como la enseñanza de las Matemáticas se ha enfocado hacia un escenario en el que el desarrollo de competencias y habilidades relacionadas con el razonamiento matemático y la resolución de problemas ha cobrado un especial interés, más allá de la mera exposición de estos aspectos en elementos burocráticos o legislativos. El profesorado de Matemáticas es consciente de la necesidad de plantear diferentes situaciones para que el aprendizaje se pueda aplicar en diferentes contextos, facilitando la producción de sentidos matemáticos diversos a lo largo de su etapa educativa (Cruz et al., 2024). Para esto, en el actual currículum educativo se promueve el trabajo con el alumnado a través de situaciones de aprendizaje, lo cual se presenta simplemente como un elemento substancial para facilitar el aprendizaje competencial, orientar y organizar adecuadamente la práctica educativa (Pastells et al., 2023). Se trata de un organizador curricular que puede aprovecharse como elemento potencialmente útil para abordar la práctica docente hacia un enfoque de aprendizaje competencial con el fin de mejorar el trabajo en el aula, ya que esta es una característica fundamental que aparece en la definición de situación de aprendizaje que podemos encontrar en

la actual ley educativa y en la que se contempla como: “situaciones y actividades que implican el despliegue por parte del alumnado de actuaciones asociadas a competencias clave y competencias específicas y que contribuyen a la adquisición y desarrollo de las mismas” (Ministerio de Educación y Formación Profesional, 2022). Con esto debe quedarnos la idea de que, a la hora de diseñar una experiencia de aprendizaje para Matemáticas, es importante diseñar en base a la inclusión de actividades competenciales que promuevan un aprendizaje activo a través de la resolución de problemas. Esto favorece el encontrar un sentido al aprendizaje de las Matemáticas, haciendo que la resolución de problemas no sea un proceso repetitivo en el que se limitan a reproducir contenido (Cruz-Pichardo y Cabero-Almenara, 2020) y siempre procurando la activación de distintos procesos cognitivos a la hora de completar el trabajo planteado.

En la presente experiencia de aula se presenta cómo se ha realizado un diseño para una situación de aprendizaje para la enseñanza de la Estadística, centrandó esta explicación en la inclusión de problemas con un carácter competencial importante, al tratarse de problemas del banco de recursos del proyecto Nrich (Rowland et al., 2018). El potencial de estos problemas recae en el carácter colaborativo con el que pueden plantearse y las posibilidades de usarlos como recursos para pensar en el aula de Matemáticas, relacionando estos dos procesos con la definición de parámetros estadísticos como la moda o la mediana. Estos problemas promueven un enfoque diferente a las actividades contextualizadas tradicionales que podemos plantear en clase para calcular la moda o la mediana de un conjunto de elementos. Son problemas que promueven acciones como la sistematización, la realización de conjeturas o el reconocimiento de patrones, lo cual es importante para motivar el aprendizaje de las matemáticas a través de habilidades de pensamiento computacional (Molina et al., 2020). Esto hace que pueda darse un planteamiento de trabajo en el aula diferente al convencional, promoviendo una interacción en grupo mucho más eficiente, activa y con facilidad para comunicar distintos tipos de razonamientos e ideas matemáticas; una destreza importante en el desarrollo de la alfabetización matemática (Rico, 2006).

## **2. ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA EN EDUCACIÓN SECUNDARIA**

La enseñanza de la Estadística en Educación Secundaria suele presentar ciertas dificultades y desconexiones con su aplicación real, dado que en muchas ocasiones el profesorado carece de formación en didáctica para desarrollar el aprendizaje de esta ciencia de las Matemáticas (Muñiz-Rodríguez et al., 2020). Partiendo de esto, autores como Batanero y Díaz (2005) sugieren que el desarrollo de proyectos puede ser beneficioso para el desarrollo de la alfabetización estadística, entendiéndolo como un proceso distinto al razonamiento matemático y cuyo objetivo es desarrollar las destrezas necesarias en una persona para evaluar e interpretar críticamente información estadística (Gal, 2002).

En gran medida, la formación del profesorado de Matemáticas dentro de la enseñanza de la Estadística, se caracteriza por ser muy académica. Pero escasa en lo referente a la didáctica de esta ciencia (Muñiz-Rodríguez y Rodríguez-Muñiz, 2021). Esto puede hacer que en ocasiones el profesorado se vea con ciertas limitaciones a la hora de llevar a cabo una práctica de carácter más competencial a la hora de abordar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Estadística y, por tanto, potenciar adecuadamente el desarrollo de la alfabetización estadística. Algunos estudios sugieren que esto puede deberse a seguir en exceso las indicaciones y directrices de un libro de texto, lo cual suele orientarse a que el aprendizaje consiste en retener en la memoria el

conjunto de informaciones que constituyen un determinado conocimiento previamente elaborado y estructurado (Azcárate y Serradó, 2006). Cuando se observa una tendencia de este tipo, se puede pensar que es debido a una falta de formación continua en el profesorado, lo cual puede estar condicionado por distintos motivos. Pero más allá del uso que podemos darle a los recursos que aparecen en un libro de texto, para desarrollar la alfabetización digital en un contexto positivo para el aprendizaje de nuestro alumnado, es importante hacerlo a través de situaciones reales que fomenten un aprendizaje que obligue a nuestro alumnado a implicarse en el proceso de, por ejemplo, recogida de datos, análisis u obtención de conclusiones, siendo el propio alumnado el origen y fuente de estos datos.

Pero además de esto, y para no alejarnos mucho de hacer que el aprendizaje de las Matemáticas sea un punto importante para desarrollar el pensamiento lógico y hacerlo a través de la resolución de problemas, es importante también poner el foco en entender los conceptos y no solo centrarnos en la aplicación y repetición de procedimientos. Comprender con el rigor pertinente los conceptos estadísticos básicos es fundamental para la comprensión de los procedimientos y el razonamiento estadístico (Franklin et al., 2005). Para alcanzar este propósito, la incorporación de problemas para pensar centrados en conceptos de Estadística se presentan como un recurso muy adecuado. Problemas que sean atractivos, motivadores, estimulantes y que se caractericen por un importante desarrollo colaborativo, para que el alumnado hable entre sí y con una adecuada carga Matemática (Mellone et al., 2021).

### **3. ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA EN EDUCACIÓN SECUNDARIA**

Partiendo de lo descrito en la sección anterior, se puede entender que el planteamiento dado en una situación de aprendizaje para la asignatura de Matemáticas puede completarse con la incorporación de las denominadas tareas de enriquecimiento. Propuestas de trabajo que aporten un enriquecimiento de los contenidos del currículo ordinario con actividades que supongan el desarrollo de tareas que estimulen la creatividad y la motivación del alumnado (Ramírez Uclés, 2021). Esto se refiere a tareas que supongan un reto, más allá de repetir conceptos presentados en un libro de texto. Son propuestas de trabajo que plantean la necesidad de establecer conexiones entre elementos matemáticos, obligando a realizar distintos tipos de representaciones para llevar a cabo el proceso de razonamiento siempre con la finalidad de dar respuesta al reto o situación problemática planteada (Alsina y Coronata, 2015). Además, es interesante plantear situaciones que puedan abordarse de manera colaborativa para fomentar el intercambio de ideas, la expresión de ideas Matemáticas y la explicación del proceso de razonamiento que puede ayudarles a establecer pequeñas conjeturas o generalizaciones. Para poder realizar en el aula este tipo de planteamientos de trabajo, un banco de recursos apropiado es la colección de problemas del proyecto de la Universidad de Cambridge NRich (Golding et al., 2018).

Los problemas seleccionados para ser incluidos en la situación de aprendizaje son los denominados “M, M and M” y su correspondiente ampliación “Unequal averages”. Dos problemas que abordan conceptos de Estadística aptos para alumnado de último curso de Educación Secundaria y que juntos completan una propuesta de dificultad ascendente muy interesante y apropiada para abordar conceptos de estadística como la media, la mediana o la moda.

#### 4. DISEÑO DE LA SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

Previo a llevar a cabo el diseño de la situación de aprendizaje, es conveniente hacer una adecuada contextualización de la misma, lo cual facilita la organización de los distintos elementos curriculares y, como se dijo al principio de este artículo, convierte a este elemento en un apoyo docente que facilita la organización del trabajo diario.

Esta se diseña para un grupo de 4º de ESO, dentro de la asignatura de Matemáticas opción B, que consta de un total de 27 estudiantes. El estudio de la estadística en 4º de ESO supone un acercamiento a los conceptos básicos de esta rama de las Matemáticas, lo cual es una oportunidad interesante para que nuestro alumnado aborde esto desde un punto de vista práctico y reflexivo, buscando comprender bien el significado de los distintos parámetros estadísticos y no centrarse tanto en el cálculo de estos de manera tradicional y descontextualizada. Igualmente, para llegar a esto de manera completa es importante saber cómo se pueden obtener datos para su análisis estadístico y posterior interpretación, lo cual facilita que el problema que se aborda estadísticamente salga de su propio interés (Muñiz-Rodríguez y Rodríguez-Muñiz, 2021). Por ello, se plantea esta situación de aprendizaje con el objetivo de que nuestro alumnado comprenda el significado de distintos parámetros de manera práctica y en colaboración con el resto de estudiantes. Se plantea la realización de una práctica en la que tendrán que recopilar datos para dar respuesta a una pregunta que sea de su interés en el contexto social de la población de nuestro centro educativo: tiempo que dedican a estudiar, a hacer deporte, a utilizar dispositivos móviles, etc. Además, se trabajará el análisis de la relación entre distintas variables para intentar llegar a conclusiones más concretas en el análisis de los datos.

Para la contextualización curricular, se plantea abordar tres competencias específicas concretadas en los criterios de evaluación que se muestran en la Tabla 1. La competencia específica 7, referente a la representación de información y resultados matemáticos, es especialmente importante para la planificación y desarrollo del trabajo centrado en los problemas de enriquecimiento ya que hace que el proceso que debe realizar el alumnado se centre principalmente en la capacidad de exponer la información más relevante para la resolución del problema, en este caso, en la pizarra o superficie vertical no permanente. Esto se concreta con el proceso de evaluación a través del criterio seleccionado, ya que el docente debe guiar en cómo se está plasmando toda esa información e ideas matemáticas para que tanto el docente como otros estudiantes, en caso de ser necesario, puedan entender qué están haciendo o qué cosas son las más importantes en el proceso de resolución. De esta idea principal de contextualización deriva el uso de las otras dos competencias específicas y los criterios de evaluación seleccionados para planificar y guiar el trabajo de esta situación de aprendizaje. Además de exponer las ideas y el proceso de resolución, es importante que el alumnado pueda explicar qué está haciendo a través de una comunicación efectiva usando un lenguaje y terminología matemática adecuada para dar respuesta a preguntas que el docente puede hacer durante el desarrollo, tanto de las sesiones de problemas de enriquecimiento como en el trabajo de análisis estadístico de los datos que han recopilado. Igualmente, desde la labor docente también se pondrá el foco en la observación y evaluación del trabajo en grupo para que este se desarrolle de manera adecuada, con una colaboración activa por parte del alumnado y guiando para que la comunicación de ideas matemáticas también se haga de la mejor manera posible. Del mismo modo que antes, se debe llevar a cabo este proceso de evaluación a lo largo de todas las sesiones, pero con especial interés en el trabajo de las sesiones de enriquecimiento. Esto es siempre un punto especialmente complejo para nuestro alumnado, explicar las ideas y procesos

matemáticos. Por lo que el diseño de este tipo de propuestas de aula pueden ayudar al desarrollo de las competencias y habilidades relacionados con estos procesos.

**Tabla 1**

*Concreción curricular*

Competencia específica	Criterio de evaluación
CE 7. Representar, de forma individual y colectiva, información y resultados matemáticos, usando diferentes tecnologías, para visualizar ideas y estructurar procesos matemáticos.	CE 7.1 Representar matemáticamente la información más relevante de un problema, conceptos, procedimientos y resultados matemáticos visualizando ideas y estructurando procesos matemáticos.
CE 8. Comunicar de forma individual y colectiva argumentos matemáticos, usando lenguaje oral, escrito o gráfico, utilizando la terminología matemática apropiada, para dar significado y coherencia a las ideas matemáticas.	CE 8.1 Comunicar ideas, conclusiones, conjeturas y razonamientos matemáticos, utilizando diferentes medios, incluidos los digitales, con coherencia, claridad y terminología apropiada.
CE 10. Desarrollar destrezas sociales reconociendo y respetando las emociones y experiencias de los demás, participando activa y reflexivamente en proyectos en equipos heterogéneos con roles asignados, para construir una identidad positiva como estudiante de matemáticas, fomentar el bienestar personal y grupal y crear relaciones saludables.	CE 10.1 Colaborar activamente y construir relaciones trabajando con las matemáticas en equipos heterogéneos, respetando diferentes opiniones, comunicándose de manera efectiva, pensando de forma crítica y creativa, tomando decisiones y realizando juicios informados.

Para el desarrollo de las sesiones de trabajo, se plantean una serie de fases derivadas del modelo instruccional 5E (Turan y Matteson, 2021). A continuación, se describe el trabajo realizado en cada una de las fases:

**Movilizar y motivar** (1 sesión). Al comienzo de esta situación de aprendizaje, se exponen diferentes situaciones cotidianas en las que se emplean variables estadísticas, su importancia y significado. Se presenta igualmente el objetivo de este planteamiento y las herramientas que se van a emplear. Es importante comenzar en la primera sesión a animar a los estudiantes en la búsqueda del tema o pregunta que quieren analizar estadísticamente.

**Activar y explorar** (1 sesión). Habiendo seleccionado un tema de ejemplo, se empieza a recordar el cálculo y significado de parámetros estadísticos que hayan podido ver, en tal caso, en el curso anterior. Igualmente, se hace con herramientas tecnológicas que se vayan a emplear, software de presentaciones, hoja de cálculo o Geogebra. También se debe completar la configuración de los grupos de trabajo.

**Estructurar** (2 sesiones). En esta parte se explican con más detalle los parámetros estadísticos necesarios y las distintas representaciones gráficas. Igualmente, se presenta el software conveniente para realizar la representación de los datos.

**Crear y aplicar** (5 sesiones). En las tres primeras sesiones, los estudiantes trabajan en grupos de tres personas para ir recopilando y analizando los datos estadísticos. Trabajan en el

cálculo y representación de los distintos parámetros con el objetivo final de crear una infografía o presentación para exponer todo el trabajo realizado.

Además, en esta fase se realiza el trabajo con los problemas de enriquecimiento durante las dos últimas sesiones: los dos problemas citados en el apartado anterior y que se exponen con más detalle en la siguiente sección.

**Concluir y presentar.** El trabajo concluye con una infografía y una presentación para exponer todo el proceso realizado.

## 5. DESARROLLO DE LAS SESIONES DE ENRIQUECIMIENTO

Como se ha descrito anteriormente, dos sesiones de esta situación de aprendizaje se desarrollaron trabajando problemas de enriquecimiento del proyecto Nrich. Para la organización y desarrollo de estas sesiones, se siguieron algunas de las pautas propuestas en el libro “Diseñando aulas para pensar en Matemáticas” (Liljedahl, 2020) para el enfoque metodológico Thinking Classroom.

En primer lugar, se hizo una exposición inicial del contexto del problema que se iba a plantear. Dado que este aborda los conceptos de media, mediana y moda, se habló de los cálculos que habían hecho anteriormente dentro de la práctica de estadística que se ha definido anteriormente y que se desarrolló a lo largo de las fases de la situación de aprendizaje. En este punto, se plantearon algunas cuestiones como: “¿Alguien ha tenido un conjunto de datos en el que coincida la media y la mediana? ¿O la media y la moda?”; “¿Es posible que coincidan algunos de estos valores?”; “¿Cómo debe ser la muestra?”; “¿Debe tener muchos datos, deben ser muy similares?”.

A continuación, se agrupó al alumnado en grupos de tres personas seleccionados al azar. Esto es algo importante, ya que así nos aseguramos de que los grupos no se hacen por socialización ni por compensación académica. Además, la percepción del alumnado ante esta acción fue positiva y no supuso un impedimento para el desarrollo del trabajo. Para dar comienzo al trabajo, una vez se conformaron los grupos, se expuso el problema “M, M and M”. Tal y como se indica en el enunciado original, se dejó escrito en una pizarra que la media es igual a 4 y que mediana y moda son iguales a 3. Igualmente, se planeó el objetivo del problema de encontrar todos los posibles conjuntos de cinco números que cumplan con esos valores. Una vez expuesto el problema, no se dio ninguna otra explicación y cada grupo comenzó a trabajar. Para cada grupo se dispuso de una superficie vertical no permanente: una pizarra o cristal de una ventana en la que podían exponer todo el trabajo que se iba completando.

Al comienzo, la gran mayoría de los grupos tardó en arrancar. El proceso de pensar en las posibilidades fue algo complejo. Pero en este punto el papel docente es importante, ya que debe hacer planteamientos, cuestiones o sugerencias que ayuden a empezar a pensar. Es importante no dar una solución. Por ejemplo, no decir “un posible conjunto es el 2,3,3,3,9”. Más bien intentar aportar ideas que mantengan el flujo del pensamiento. Por ejemplo, plantear si alguno de los parámetros es más restrictivo que otros. En varios grupos se observó que dibujaron cinco casillas, posiciones, en las que colocar cada uno de los números. Muchos de los que optaron por esta estrategia, rápidamente se dieron cuenta por sí mismos que el 3 siempre estaría en la posición central. A partir de aquí, conforme el docente va visitando los grupos, se dan muchas preguntas. Cuestiones de distintos tipos (Liljedahl, 2020): preguntas para dejar de pensar como “¿esto lo vas a preguntar en el examen?”, “¿vamos bien?”. Pero es importante no usar estas preguntas para comenzar una conversación al respecto, ya que rompen el ciclo de pensamiento y

no les aporta nada para continuar con el trabajo. Se hacen igualmente preguntas de proximidad, las que se hacen solo porque el docente se acerca al grupo pero que no aportan al proceso de pensamiento. Preguntas como “¿seguimos buscando soluciones?”; “¿hay que encontrar todas las soluciones?”. Pero también preguntas para seguir pensando cómo “¿se puede usar el cero?”; “¿puedo usar cualquier número, aunque sea muy grande?” (ejemplo en la Figura 1).

Ante estas preguntas, las respuestas por parte del docente siempre deben ser escuetas y planteando algún reto o nueva cuestión para seguir avanzando y pensando en el problema. Por ejemplo, si plantean la posibilidad de usar el cero, una respuesta adecuada puede ser: “¿has encontrado algún conjunto que tenga el cero? Si lo has encontrado, ¿puede haber más?”. Así, puede plantearse esto para que destaquen ciertas características a la hora de dar la solución final. En este caso, aclarando que han optado por incluir el cero. A la otra pregunta planteada, se pueden dar planteamientos como preguntar por el número grande en el que están pensando. Si por ejemplo dicen el 23, se le puede plantear que busquen en qué posición debe estar el 23 para formar el conjunto. De aquí surgió con muchos de los grupos una restricción importante para buscar todas las soluciones: el número más alto que se puede incluir es el 13.

### Figura 1

*Estudiantes resolviendo un problema*



Durante la primera sesión de trabajo, todos los grupos, aunque a distinto ritmo, pudieron completar la propuesta de este primer problema. En el caso de que un grupo terminase con mucha antelación, se le dio la posibilidad de visitar otros grupos para colaborar y ayudar intentando hacer planteamientos o cuestiones similares a los que el docente hizo con ellos. El objetivo de esto no es dar la solución, pero sí indicar qué camino podían tomar para encontrar todos los posibles conjuntos (ejemplo en la Figura 2).

### Figura 2

*Estudiantes escribiendo posibles conjuntos*

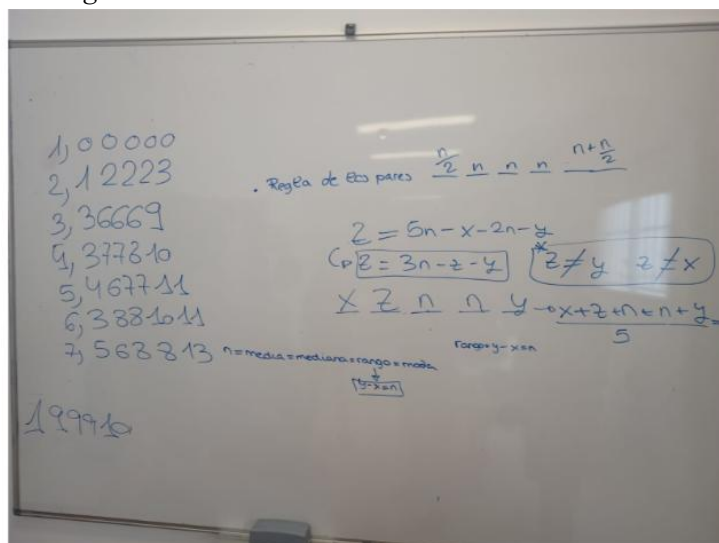


En la segunda sesión todo el alumnado conocía la dinámica de trabajo, por lo que el inicio fue distinto. Se hizo una valoración y puesta en común de las distintas estrategias seguidas para completar la primera actividad. Varios de los grupos tomaron la palabra y compartieron sus estrategias, sobre todo para comenzar a buscar los conjuntos de números. Una vez completada esta intervención, se expuso el segundo problema: “Unequal averages”. Este problema es similar en el sentido en el que se pide buscar conjuntos de cinco números que cumplan unas condiciones para los valores de la media, la moda, la mediana y también del rango. Pero a diferencia del anterior, no son unos valores concretos. Se pide que todos estos parámetros deben ser iguales. Aunque no hubiese valores fijos, muchos de los grupos emplearon estrategias similares a las que usaron en el primer problema. Por ejemplo, comenzar definiendo el valor de la mediana para saber qué número va en la posición central. Además, esto ayudó a ver rápidamente que en este caso el número de posibles conjuntos es infinito, ya que se puede fijar casi cualquier valor para que la media, la moda, la mediana y el rango coincidan.

De aquí surgió una pregunta importante: ¿cualquier valor es válido? Por ejemplo, ¿la media, la moda, la mediana y el rango pueden ser igual a 1 o a 2? Una vez visto cuál puede ser el valor mínimo, se animaba a los grupos a buscar conjuntos que cumplan la condición del problema: buscar conjuntos para los que todos los parámetros son iguales a 5, 6 ó 7. Aquí el alumnado se planteaba una cuestión importante: ¿cuándo debemos terminar? Esto servía para dar el planteamiento importante en el problema: como las posibles soluciones son infinitas, ¿es posible dar una generalización, una fórmula para poder calcularlos todos? Para los grupos que iban llegando a este punto, en este momento se comenzaba a trabajar para buscar una expresión algebraica que permita calcular y obtener conjuntos de cinco números para los cuales la media, la moda, la mediana y el rango coincide. Para ello se animaba a buscar muchos ejemplos y partiendo de una sencilla observación, obtener esa expresión algebraica para cada uno de los elementos del conjunto. Tras una primera observación, el alumnado fácilmente se daba cuenta de que había diferencias dependiendo de si el valor de los parámetros es par o impar, lo cual ayudó a concluir en una expresión algebraica para los conjuntos cuyos parámetros coinciden en un valor par y otra para los conjuntos que coinciden con un valor impar (Ejemplo en la Figura 3).

**Figura 3**

*Ejemplo de expresión algebraica*



Como ampliación de esta propuesta, se hizo un nuevo planteamiento para tres grupos que completaron el trabajo con mayor solvencia. Para estos grupos se planteó una ampliación en la que se pone de manifiesto la utilidad de poder expresar algebraicamente el resultado de un problema: poder programar la solución computacionalmente. Aprovechando los conocimientos y habilidades que el alumnado de estos grupos tenía con el software de programación Scratch, se les planteó la posibilidad de hacer una animación interactiva para dar la solución a este problema. En los siguientes enlaces se pueden consultar algunos de los ejemplos aportados, pudiendo destacar las diferencias entre unos y otros estudiantes a la hora de plasmar la solución computacional del problema: [Ejemplo proyecto de Scratch1](#), [Ejemplo proyecto de Scratch 2](#), [Ejemplo proyecto de Scratch3](#).

Dar esta posibilidad de trabajo supone ampliar el desarrollo de habilidades de pensamiento computacional de la mano del aprendizaje en resolución de problemas desde un enfoque integrador, competencial y muy motivador para este alumnado. Fue un ejercicio de cierta complejidad, pero en ello reside la naturaleza de este tipo de problemas: permite que todo el alumnado pueda trabajar a distinto ritmo, llegando a soluciones de manera exitosa, pero con una amplia posibilidad de extensión para aquellos estudiantes que demandan retos más complejos.

## 6. CONCLUSIONES

El resultado de la observación del desarrollo de estas sesiones de trabajo permite concluir que la inclusión de problemas que ayuden a profundizar, reflexionar y entender las ideas, conceptos y procedimientos Matemáticos trabajados en un aula tradicional de Matemáticas es positiva para el desarrollo de su actitud frente al aprendizaje de nuestra materia. Esto, además, combina bien con la idea de hacer propuestas de aula que ayuden al desarrollo de la alfabetización estadística intentando alejarse de las propuestas simples que se incluyen normalmente en un libro de texto (Gea et al., 2013).

Como propuesta de ampliación que parte de esta conclusión, se establece la posibilidad de una inclusión más amplia de este tipo de problemas: incluir sesiones de trabajo de este tipo de manera sistemática en la asignatura de Matemáticas para Educación Secundaria. Si bien es importante destacar que el desarrollo de las sesiones de trabajo se ha visto influenciado positivamente no solo por este tipo de recursos, también por la dinámica de trabajo y el enfoque metodológico planteado. El que el alumnado esté de pie escribiendo en una superficie vertical no permanente ha supuesto un cambio radical respecto al trabajo que normalmente hacen, lo cual ha tenido un efecto motivador importante. Ha sido un factor clave para facilitar el intercambio de opiniones y permitir al docente realizar sucesivas preguntas para valorar el grado de comprensión del trabajo que van realizando y prestar la ayuda necesaria para que las ideas puedan desarrollarse y culminar con la solución del problema planteado.

Una limitación importante ha sido el espacio. Para poder desarrollarse de la mejor manera posible, se ha hecho uso de dos aulas contiguas. En una de ellas se han podido colocar varias pizarras para poder trabajar de manera adecuada. Si bien, como se ha podido ver en una de las imágenes anteriores, no han sido suficientes y se han utilizado también los cristales de las ventanas. Esto no siempre es posible, por lo que de aquí se establece la importancia de tener un espacio educativo adecuado para el desarrollo del trabajo en la asignatura de Matemáticas. No solo un espacio para que el alumnado esté sentado, un espacio donde poder resolver problemas de Matemáticas poniendo de manifiesto la importancia considerar desde una perspectiva integradora los aspectos cognitivos y afectivos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las

Matemáticas (Blanco et al., 2013), interactuando con el resto del alumnado, reflexionando e intercambiando ideas e impresiones Matemáticas que ayuden a desarrollar el proceso de resolución de problemas.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alsina, Á., y Coronata, C. (2015). Los procesos matemáticos en las prácticas docentes diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Educación Matemática En La Infancia*, 3(2014), 23-36.
- Azcárate, P., y Serradó, A. (2006). Tendencias didácticas en los libros de texto de matemáticas para la ESO. *Revista de Educación*, 340, 341-378.
- Batanero, C., y Díaz, C. (2005). El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. I Congresso de Estatística e Investigação Operacional Da Galiza e Norte de Portugal VII Congreso Galego de Estatística e Investigación de Operacións.
- Blanco, L., Barona, E., y Carrasco, A. (2013). Cognition and Affect in Mathematics Problem Solving with Prospective Teachers. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1), 335–363.
- Cruz-Pichardo, I. M., y Cabero-Almenara, J. (2020). Una experiencia gamificada en el aprendizaje de los triángulos en geometría: grado de aceptación de la tecnología. *Prisma Social*, 30, 65–87.
- Cruz, F. M., Moreno, A., y Ramírez, R. (2024). Problema de olimpiadas en equipo, ¿una situación de aprendizaje? María Florencia Cruz. *Epsilon*, 116, 85-97.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., Scheaffer, R., Friel, S., Murphy, M., y Starnes, D. (2005). Guidelines for assessment and instruction in statistics education in Pre K-12 (American Statistical Association, Ed.). <https://www.amstat.org/asa/files/pdfs/GAISE/Spanish.pdf>
- Gal, I. (2002). Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25. <https://www.jstor.org/stable/1403713>
- Gea, M. M., Batanero, C., Arteaga, P., y Cañadas, G. R. (2013). Justificaciones en el Tema de Correlación y Regresión en Textos. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 4(2), 1–20.
- Golding, J., Bretscher, N., Crisan, C., Geraniou, E., Hodgen, J., y Morgan, C. (2018). Research Proceedings of the 9th British Congress on Mathematics Education. In Hodgen J. and C. Morgan (Eds), *NRICH and collaborative problem-solving: An investigation into teachers' use of NRICH teaching materials* (pp. 119–126). [www.bsrlm.org.uk/bcme-9/](http://www.bsrlm.org.uk/bcme-9/)
- Liljedahl, P. (2020). *Building Thinking Classroom in Mathematics. Grades k-12. 14 teaching practices enhancing learning*. Corwin Press, inc.
- Mellone, M., Pacelli, T., y Liljedahl, P. (2021). Cultural transposition of a thinking classroom: to conceive possible unthoughts in mathematical problem solving activity. *ZDM - Mathematics Education*, 53(4), 785-798. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01256-z>
- Ministerio de Educación y Formación Profesional. (2022). Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria (pp. 41571-41789).
- Molina, A., Adamuz, N., y Bracho, R. (2020). La resolución de problemas basada en el método de Polya usando el pensamiento computacional y Scratch con estudiantes de Educación Secundaria. *Aula Abierta*, 5(1), 83–90. <https://doi.org/10.17811/rifie.49.1.2020.83-90>

- Muñiz-Rodríguez, L., Aguilar-González, Á., y Rodríguez-Muñiz, L. J. (2020). Perfiles del futuro profesorado de matemáticas a partir de sus competencias profesionales. *Enseñanza de Las Ciencias*, 38(2), 141–161. <https://doi.org/10.5565/REV/ENSCIENCIAS.3161>
- Muñiz-Rodríguez, L., y Rodríguez-Muñiz, L. J. (2021). Análisis de la Práctica Docente en el Ámbito de la Educación Estadística en Educación Secundaria. *Revista Paradigma*, XLII, 191-220.
- Pastells, Á. A. i, Bosch, E., Cáceres, M. L., y Pérez, M. P. (2023). Situaciones de aprendizaje para desarrollar el sentido socioafectivo: Contribuyendo a formar personas desde la educación matemática. *Números: Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, ISSN-1887-1984, ISSN 0212-3096, No. 115 (Noviembre, 2023), 2023, Págs. 143-160, 115, 143–160.
- Ramírez, R. (2021). Enriquecimiento de tareas en la formación inicial del Grado de Primaria para atender a los programas de profundización. *Contextos Educativos*, 28, 51-64. <https://doi.org/10.18172/con.5009>
- Rico, L. (2006). Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. *Revista de Educación, extraordinario*, 275–294.
- Rowland, T., Ineson, G., Alderton, J., Donaldson, G., Voutsina, C., y Wilson, K. (2018). Primary pre-service teachers: reasoning and generalisation. In Hodgen J. and C. Morgan (Eds) (Ed.), *Research Proceedings of the 9th British Congress on Mathematics Education* (pp. 3–6). [www.bsrlm.org.uk/bcme-9/](http://www.bsrlm.org.uk/bcme-9/)
- Turan, S., y Matteson, S. M. (2021). Middle school mathematics classrooms practice based on 5E instructional model. *International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology (IJEMST)*, 9(1), 22–39. <https://doi.org/https://doi.org/10.46328/ijemst.1041>



## Relato del 19CEAM

# Una aproximación dinámica a la Multiculturalidad y Matemáticas

Sixto Romero Sánchez  
Universidad de Huelva, [sixto@uhu.es](mailto:sixto@uhu.es)

Rocío Benítez Cambra  
IES La Marisma, [rbcambra@gmail.com](mailto:rbcambra@gmail.com)

José Romero Sánchez  
CPEIP Federico García Lorca, [josecaej@gmail.com](mailto:josecaej@gmail.com)

**Resumen:** *El tema elegido, Matemáticas y multiculturalidad, para la décimo novena edición del Congreso sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemática buscaba, desde su concepción, profundizar en la visión de las matemáticas a menudo demasiado positivista, centrada en nuestra Comunidad Autónoma que puede extenderse a España, y algunos países de la UE, en el que se puede afirmar que existe una cierto abandono e ignorancia de las prácticas y saberes culturales y sociales. Durante tres días, del 12 al 14 de abril de 2025, se han planteado cuestiones, métodos, epistemologías referidas a diferentes área-socioculturales de tal manera que se ha conseguido resaltar la transmisión, la recepción e interacciones que han permitido el desarrollo y reformulación de ciertos paradigmas de educación matemática*

*Se organizó el encuentro en conferencias plenarias que introdujeron las principales tradiciones matemáticas, comunicaciones, talleres, poster y zocos matemáticos, destinados a funcionar en paralelo para grupos pequeños, para permitir un verdadero intercambio. Estos apartados, cuyo contenido vinculado al tema general, han involucrado a los participantes en una contribución activa, mostrando, en esta ocasión, un uso de la historia de las matemáticas en la enseñanza y aprendizaje, comentar textos, especificar una contribución al conocimiento, trabajar más estrechamente en las interrelaciones e intercambios en la ciencia moderna, etc..., desde un punto de vista intercultural y multicultural.*

**Palabras clave:** *educación matemática, multiculturalidad, interculturalidad, tolerancia, convivencia, diversidad, inteligencia artificial.*

### 19th CEAM Report

#### A Dynamic Approach to Multiculturalism and Mathematics

**Abstract:** *The chosen theme, Mathematics and Multiculturalism, for the nineteenth edition of the Congress on the Teaching and Learning of Mathematics, sought, from its conception, to delve deeper into the often overly positivist view of mathematics, centered in our Autonomous Community, which can be extended to Spain and some EU countries. It can be argued that there is a certain neglect and ignorance of cultural and social practices and knowledge. Over three days, from April 12 to 14, 2025, questions, methods, and epistemologies related to different sociocultural areas were raised in such a way as to*

highlight the transmission, reception, and interactions that have allowed for the development and reformulation of certain paradigms of mathematics education.

The meeting was organized into plenary conferences that introduced the main mathematical traditions, presentations, workshops, posters, and mathematical souks, designed to run in parallel for small groups, to allow for a genuine Exchange. These sections, whose contents are linked to the general theme, have involved the participants in an active contribution, demonstrating, on this occasion, a use of the history of mathematics in teaching and learning, commenting on texts, specifying a contribution to knowledge, working more closely on interrelations and exchanges in modern science, etc. from an intercultural and multicultural perspective.

**Keywords:** mathematics education, multiculturalism, interculturalism, tolerance, coexistence, diversity, artificial intelligence.

## 1. ¡TODO EMPEZÓ UNA TARDE DE VERANO!

En una tarde de verano, miércoles 5 de julio de 2023, con una temperatura media de 30°, se dio el pistoletazo de salida, en la Escuela Técnica Superior de Ingeniería la Universidad de Granada, de la celebración de la décimo novena edición del Congreso sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas (19 CEAM) en la ciudad de Huelva, del 12 al 14 de abril de 2025. Fue en el acto de clausura del XVIII CEAM, después de la conferencia del Prof. Pablo Flores, *Hacer matemáticas para aprender con sentido*, y la entrega de premios de los Trabajos Fin de Master (TFM) y los Trabajos Fin de Grado (TFG), en el Salón de Actos de la citada Escuela, poniendo su foco en la multiculturalidad del quehacer matemático.

### Figura 1

Primer Anuncio. Aproximación al multiculturalismo a través de una matemática dinámica.



### 1.1. Primer anuncio

#### 1.1.1 Objetivos

Por parte de Sixto Romero, Rocío Benítez y José Romero, se presentó el primer anuncio, haciendo especialmente hincapié, entre otros, en los objetivos a conseguir en esta edición:

- a) Poner sobre el tapete, la necesidad constante de transformación de la metodología docente en el aula, así como mejorar los diferentes niveles de aprendizaje, aportando propuestas sobre la Matemática Intercultural.

- b) Concentrarnos en procesos de matematización de nuestras prácticas sociales que nos haga comprender el quehacer matemático en el aula, y la matemática en sí misma, como un producto cultural e histórico, que tiene su origen en necesidades sociales concretas.
- c) La importancia de la incorporación de elementos de la Historia de la Matemática como Horizonte intelectual.

### 1.1.2 Tópicos

A continuación, se expusieron los tópicos que supondrían la columna vertebral del congreso y que pudieran: promover un cambio de actitud y de creencias hacia la Matemática, ayudar a explicar y superar obstáculos epistemológicos, frente a algún concepto matemático que es especialmente difícil de comprender e incentivar la reflexión y una actitud crítica en el estudiante.

- a) **TÓPICO 1.** T1. ¿Qué Matemática es necesaria en una sociedad matematizada?
- b) **TÓPICO 2.** T2. La Matemática como un proceso dinámico.
- c) **TÓPICO 3.** T3. Aproximación a la multiculturalidad en el aula.
- d) **TÓPICO 4.** T4. Estudio de casos en los diferentes niveles: primaria, secundaria, bachillerato y universidad.
- e) **TÓPICO 5.** T5. La Historia de las matemáticas como elemento de integración en diferentes culturas.
- f) **TÓPICO 6.** T6. Gestión del talento matemático en un entorno multicultural.

### 1.1.3 Comité Local

El Comité Local de Organización (CLO) del 19 CEAM quedaría conformado con las personas, Sixto Romero, Rocío Benítez (Co-Coordinadora), José Romero, (Co-Coordinador) Gema Domínguez, Alfonso Morato, Luis Miguel Iglesias, Rocío Pérez, Mario Alcaide, María Martín y Débora García, personas de Huelva y provincia que se han encargado de la gestión y ejecución del evento. Este comité, trabajó duro para asegurar el éxito del congreso, gestionando la logística, la programación, colaborando con el Comité Científico (CC), la promoción y difusión, búsqueda de patrocinadores y colaboraciones con empresas e instituciones locales para financiar parte de las actividades del congreso..., en resumen, el comité local, actuando de tal manera para adaptar el evento a las particularidades, propias de los locales asegurando una experiencia satisfactoria para todos los participantes.

#### Figura 2

Comité Local de Organización



### **1.1.4 Comité Científico**

El Comité Científico (CC) no se presentó en esta *tarde de verano*, ya que las delegaciones provinciales de la SAEM Thales, debían nombrar a su representante para aprobarse, ulteriormente, en Junta Directiva Regional para conformar definitivamente el grupo de expertos que se encargaría de asesorar, evaluar y/o supervisar los trabajos que se presentarían en el congreso.

### **Figura 3**

*Comité Científico*



**NOTA:** hacer notar, que el CC no se pudo configurar hasta el mes de marzo de 2024. Su composición: Sixto Romero (Coordinador), Ana Serradó, Francisco España, Carmen Gámez, Lucía Rotger y Beatriz Escabias. Es a partir de este momento, cuando a través de los diferentes anuncios, cuatro en total hasta la inauguración, jugó un papel crucial en la promoción de la calidad y la ética del trabajo de investigación y/o experiencia desarrollada en el aula a través de comunicación, taller, panel y zoco, modelos de presentación al que se podían acoger el/la participante. En definitiva, el CC, un conjunto de profesores expertos en educación matemática cuyo encargo fue el de la organización académica en consonancia con el CLO.

### **1.1.5 Estructura del Congreso y video de presentación de Huelva**

La estructura que se propuso en el acto de presentación del 19 CEAM incluía varias secciones y actividades para facilitar el intercambio de conocimientos y experiencias entre los participantes: sesiones plenarias con ponencias de expertos, sesiones paralelas, comunicaciones (presentaciones más cortas en diversas áreas de educación matemática), talleres, pósters, zocos, exposiciones y actividades sociales para fomentar la interacción.

Con el video “Siente Huelva”, una iniciativa audiovisual producida por el Patronato Provincial de Turismo de Huelva, se dio a conocer la provincia de Huelva buscando su promoción presentando una combinación de tradición y modernidad, incluyendo aspectos como la cultura, la gastronomía, las playas y la sierra, resaltando su riqueza que busca conectar a las personas con la provincia, invitándolas a experimentar y disfrutar de todo lo que Huelva tiene para ofrecer.

<https://www.youtube.com/watch?v=gQb-5BHWo1U>

### **1.1.6 Cartel del 19 CEAM**

Presentado el 19 CEAM en Granada comenzó el trabajo de contactar con las instituciones públicas y privadas. Para ello, el primer paso fue contactar con el pintor onubense de reconocido

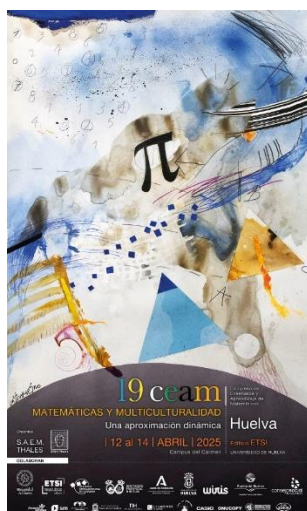
prestigio a nivel internacional, Juan Carlos Castro Crespo, amigo personal de José Romero y Sixto Romero. Esto facilitó la realización del cartel, y también en cuanto al tiempo de ejecución, ya que por diferentes razones se retrasó en demasía el comienzo de las gestiones. Por parte del CLO, se quería un cartel efectivo de congreso, visualmente atractivo, claro en su mensaje y fácil de entender. Debe captar la atención del espectador, comunicar el mensaje principal de manera concisa y dejar una impresión duradera.

Consiguió un bellissimo cartel que nos induce a pensar en lo que se podría llamar *musicalidad matemática*. Si se observa con detenimiento, parece que estamos ante una partitura donde la sensibilidad del artista nos muestra pasajes matemáticos muy concretos: elementos simbólicos del Álgebra, números, figuras geométricas como el triángulo, la espiral logarítmica y.....

En definitiva, una melodía que ofrece un conjunto armónico que destella una constelación de habilidades perceptuales, estéticas y expresivas que nos invade.

#### Figura 4

Cartel del 19 CEAM



<https://ceam.saemthales.es/>

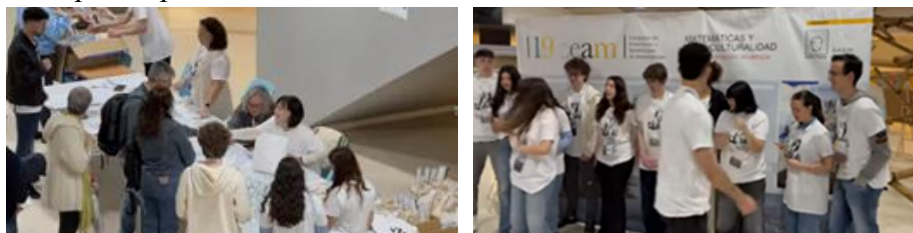
## 2. PRIMER DÍA. Sábado, 12 de abril de 2025

### 2.1. Recepción

Un año y medio después del pistoletazo de salida en Granada, con inmenso trabajo diario de los comités, en perfecta armonía, con colaboración de cerca de cuarenta alumnos y profesores del IES Diego de Guzmán y del IES Quesada e IES La Marisma, arrancó el congreso con una recepción a los participantes con la entrega de material del congreso en el Hall de la Escuela de Ingeniería Técnica Superior de la Universidad de Huelva (centro de encuentro, discusión, intercambios y sociabilización entre congresistas) por parte del CLO, en un stand expofeso junto a los stand de la SAEM Thales, Wiris, zocos que se presentarían a lo largo de las tres intensas jornadas de trabajo y diversas exposiciones.

## Figura 5

*Recepción de participantes. Colaboradores*



## 2.2. Sesión de Apertura del 19 CEAM

Siguiendo el programa establecido por la organización, reflejado en el cuarto anuncio: [https://ceam.saemthales.es/sites/ceam.saemthales.es/files/XIX\\_CEAM\\_CuartoAnuncio.pdf](https://ceam.saemthales.es/sites/ceam.saemthales.es/files/XIX_CEAM_CuartoAnuncio.pdf), a continuación de la recogida de documentación, los colaboradores acompañan a los congresistas-participantes al Auditorium de la ETSI para asistir al acto de inauguración con la presencia en la mesa presidencial, de la Directora General de Innovación y Formación del Profesorado de la Junta de Andalucía, Teniente Alcalde del Excmo. Ayuntamiento de Huelva, Diputada Provincial de Cultura de la Excmo. Diputación Provincial de Huelva, Vicerrectorado de Proyección Social y Universitaria de la Universidad de Huelva y el Presidente de la SAEM Thales.

## Figura 6

*Caminando a la sesión de apertura*



En el acto protocolario de apertura, tanto las autoridades como congresistas asistimos a una bellísima e interesante representación, por parte de alumnos/a del IES La Marisma, bajo la dirección de los profesores Rocío Benítez, Rocío Pérez y Sixto Romero, mostraron que la integración en el aula de matemáticas debe siempre, crear un ambiente inclusivo donde todos los estudiantes, independientemente de sus habilidades o necesidades, puedan participar y aprender juntos, conduciendo a una convivencia igualitaria entre personas de diferente origen cultural.

### Figura 7

Representación alumnos/a IES La Marisma. Proyecto ERACIS



### Figura 8

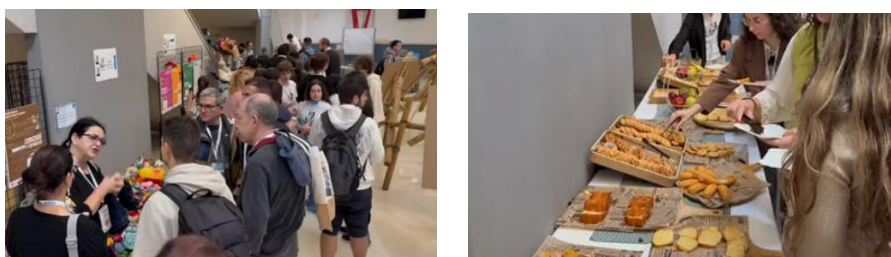
Intervención autoridades



Entre la sesión de apertura y la primera sesión plenaria, momento de intercambio de ideas, socializar e intercambiar opiniones con otros asistentes tomando un pikislabi con una buena taza de café,...

### Figura 9

Coffee Break



## 2.3. Primera Sesión Plenaria

La primera conferencia plenaria corrió a cargo de Uwe Gellert, Profesor de Educación Matemática en la Freie Universität Berlin, Alemania. Sus investigaciones se centran en las relaciones entre el currículo y las (des-)igualdades sociales.

Excelente presentación titulada, *Dinámicas de la matematización de la sociedad: estructura y ejemplos*. Aportó interesantes ejemplos que muestran que las matemáticas estructuran la interacción social de una manera que hace cada vez más difícil comprender cómo funcionan los dispositivos y cómo se toman las decisiones.

**Figura 10**  
*Conferencia plenaria*



## 2.4. Comunicaciones. Talleres. Zocos. Exposiciones

En horario de mañana y tarde, de este primer día, se expusieron nueve comunicaciones, siendo tres los talleres organizados por la tarde, con una amplia asistencia en todos ellos, destacando la presencia de estudiantes y profesores. También la visitas a los seis pósteres en el Hall de la ETSI y las exposiciones, completaron el programa diseñado por la organización.

**Figura 11**  
*Participantes comunicaciones. Talleres. Zocos. Exposiciones*



## 2.5. Cena de Gala.

En la décimo novena edición del CEAM, el CLO consideró celebrar la cena de gala en el primer día del congreso como acto solemne de bienvenida a la ciudad de Huelva. Por gentileza de la Excm. Diputación de Huelva, el acto protocolario de la cena oficial del congreso fue gratuita, para todos los participantes inscritos.

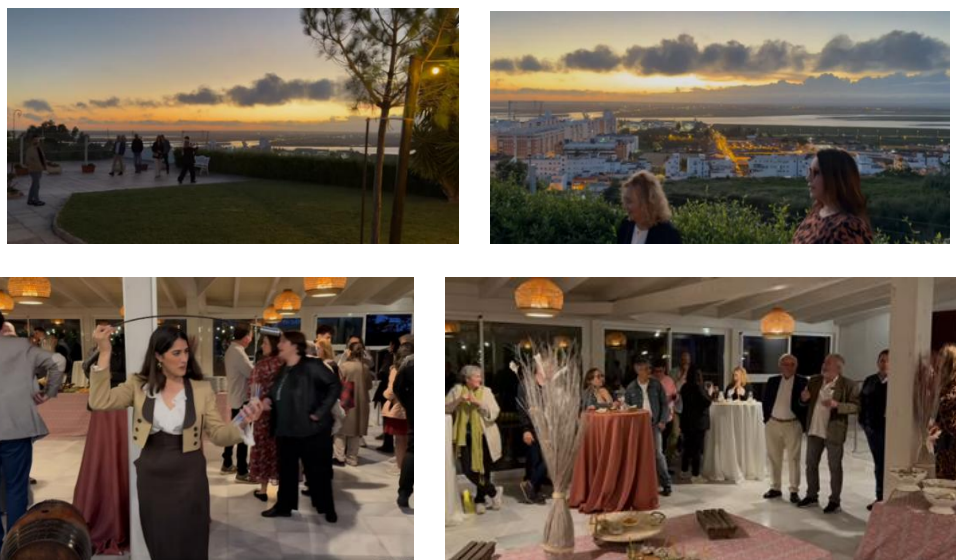
Fue en el lugar denominado La Casa del Conquero, un sitio emblemático que muestra una de las bellezas de la Huelva milenaria, crisol de culturas y que da sentido a que *Huelva es Cabezada de Cabezos, Laberinto de Marismas y Luz Deslumbradora*. Su

situación paisajística y por las características escenográficas tanto de su edificación como de sus jardines, ha sido un lugar referente para la celebración del 19 CEAM.

<https://lacasadelconquero.com/home>

**Figura 12**

*Cena de Gala*



### 3. SEGUNDO DÍA. Domingo de Ramos, 13 de abril de 2025

Después de una magnífica cena de gala, momento de convivencia e intercambios de ideas, sigue la tarea en su segundo día, Domingo de Ramos, una festividad que combina la tradición religiosa con el atractivo turístico, ofreciendo una experiencia cultural y espiritual única para quienes visitan Andalucía, y Huelva en particular, en esta ocasión, se añade otro ingrediente: la celebración de un congreso de Educación Matemática.

Tres talleres, tres comunicaciones y tres zocos, junto a los poster y exposiciones representan la oferta de una mañana y por la tarde, cuatro comunicaciones y cuatro talleres, junto a la asamblea general de la SAEM Thales. Se concluye así una jornada muy intensa en el 19 CEAM, que dio paso a que los participantes pudieran disfrutar del Domingo de Ramos en nuestra ciudad, como un evento cultural y turístico de gran importancia, declarado Fiesta de Interés Turístico Nacional.

[https://ceam.saemthales.es/sites/ceam.saemthales.es/files/Horario\\_General.pdf](https://ceam.saemthales.es/sites/ceam.saemthales.es/files/Horario_General.pdf)

**Figura 13**

*Participantes comunicaciones. Talleres*



### 3.1. Segunda Sesión Plenaria

Como “teloneros”, de la segunda sesión plenaria, un grupo de 11 alumnos/as del IES La Marisma, bajo la dirección y supervisión de los profesores, Félix Guerra y Carmen Almansa, en un ambiente realmente relajante y atractivo, pusieron en el escenario, con música elaborada por ellos, la realidad de dos características de la multiculturalidad: a) generar una convivencia armoniosa; b) crear intercambios entre los diferentes grupos de convivencia en comunidades humanas de personas de diferentes orígenes culturales.

**Figura 14**

Representación alumnos/a IES La Marisma. “Pienso computacionalmente, luego existo”



La segunda conferencia plenaria corrió a cargo de María Dolores Flores Padilla, más conocida por Lola Cabrillana, Maestra de Educación Infantil y Pedagogía Terapéutica desde hace más de veinte años en un barrio de difícil desempeño. Se confiesa: “...Soy activista por la defensa de la visualización del pueblo gitano...”. Su ponencia, *Matemáticas y diversidad: una oportunidad para sumar*, dejó claro que sumando las oportunidades que nos ofrecen las distintas culturas que integran el aula, utilizando elementos que crean un contexto rico en estímulos, se puede encontrar un escenario perfecto para comenzar a construir: ¡exploremos en la diversidad!

**Figura 15**

Conferencia plenaria



## 4. TERCER DÍA. Lunes Santo, 14 de abril de 2025

¡Tocaba final al evento programado: ¡último día, Lunes Santo! Por la mañana, con una temperatura bastante agradable, 20°, comienza la última jornada del 19 CEAM. El programa intenso como los dos días anteriores. Se sentía desde los primeros momentos, por parte de los participantes, un cierto cansancio después de dos días densos, pero realmente productivos.

Tres talleres, tres comunicaciones y tres zocos junto a los poster y exposiciones conforman el programa del día que se puede ver, con más detalle en el enlace:

[https://ceam.saemthales.es/sites/ceam.saemthales.es/files/Horario\\_General.pdf](https://ceam.saemthales.es/sites/ceam.saemthales.es/files/Horario_General.pdf)

### Figura 16

Participantes comunicaciones. Talleres



### 4.1. Tercera Sesión Plenaria

Una sorpresa agradable, por parte de un alumno de siete años, FLC, del Colegio Público Aurora Moreno bajo la atención de la Profesora Rocío Pérez. Irrupción de lo inesperado y positivo en la última sesión, un rayo, una chispa de alegría que ilumina el camino. Se puede describir como un soplo de aire fresco, una flor inesperada, un eco de felicidad que hizo resonar la propia alma de todos los asistentes.

La lectura pausada de una carta, sin nervios cautivó a todos los presentes.

### Figura 17

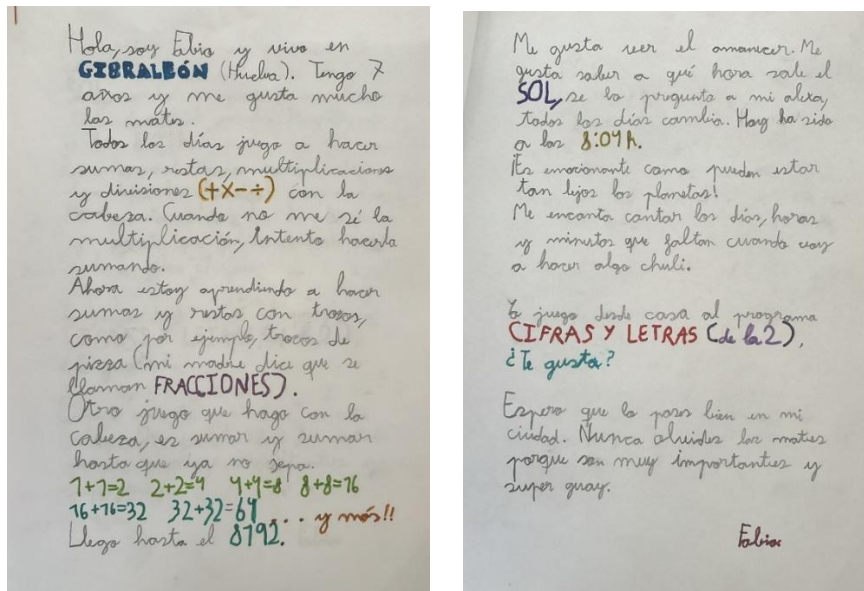
Lectura de la carta de Fabio



Este es el contenido de la carta, como si pareciera haber estado interpretando durante todos los años de su existencia.

**Figura 18**

*Carta de Fabio*



**NOTA:** El primer día en la bolsa de la documentación, todos los congresistas recibieron una carta de otros tantos niños de diferentes colegios de Huelva y provincia, en el que les saludaban y deseaban una buena estancia durante el congreso.

La lectura de esta carta dio paso a la tercera y última sesión plenaria con una conferencia del profesor de Didáctica de las Matemáticas del Departamento de Educación Lingüística, Científica y Matemática de la Universidad de Barcelona.

**Figura 19**

*Conferencia plenaria*



Con el título, *Matemática dialogica para la inclusion*, la ponencia se centró en la matemática dialogica, referida a un enfoque de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que enfatiza la interacción, el diálogo y la participación activa de los estudiantes en la construcción

del conocimiento. Un aprendizaje significativo que se produce a través de conversaciones y debates donde los estudiantes comparten sus ideas, perspectivas y razonamientos. A través de la presentación de los siete principios del aprendizaje dialógico, su enfoque permitió profundizar en una aproximación inclusiva de la diversidad, y en especial, de los grupos más vulnerables de nuestra sociedad, como es el caso de los niños y de las niñas gitanos y gitanas. Presentó algunas actuaciones educativas que han mostrado tener éxito en la mejora tanto de los resultados de aprendizaje de matemáticas y la eliminación del absentismo escolar.

## 4.2. Savia Nueva. Paso del testigo

### 4.2.1 Premios TF y TFG

En su segunda edición, en contacto con Facultades y Departamentos, se dio a conocer los CEAM y la Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES, a fin de conectar a los actuales maestros/as y profesores/as de matemáticas, se convocaron los PREMIOS CEAM TFG (TRABAJO FIN DE GRADO) Y TFM (TRABAJO FIN DE MÁSTER) y hacerlo extensivo a otras disciplinas con alta contenido en Matemáticas.

#### Premios TFG

- Análisis del cuento “gatos blancos, gatos negros” como recurso para enseñar. los cuantificadores: todos, ninguno y alguno. ANA VÁZQUEZ LAGUNA
- Implementación, análisis y reflexión sobre una experiencia de formulación de problemas. MIRIAM PRIETO ARAGÓN

#### Premios TFM

- El sentido algebraico en los libros de texto de matemáticas de 3º de educación primaria. DAVID GONZÁLEZ ESPEJO.
- Razonamiento y argumentación relacionados con el contenido matemático en una actividad de clasificación y discriminación. CARMEN RUBIO LÓPEZ.

Su formación inicial, aunque sólida en contenidos matemáticos y didáctica, como se ha demostrado con la consecución de estos premios, a menudo no abarca la complejidad de la diversidad de estudiantes y contextos escolares que se encuentran en la realidad, en su transición de la teoría a la práctica puede ser difícil, especialmente en la gestión del aula,. Esperemos que este paso de excelencia les permita trabajar en pro de la mejora de la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas.

### 4.2.2 Paso del testigo

En resumen, tres días de un congreso de Educación Matemática, con un tema comprometido y no fácil de abordar, como se ha puesto de manifiesto en el 19 CEAM, *Matemáticas y multiculturalidad*: la diversidad cultural es crucial en matemáticas porque enriquece la comprensión de conceptos matemáticos al mostrar cómo diferentes culturas han abordado los problemas y desarrollado sus propios sistemas matemáticos. Esto no solo hace que las matemáticas sean más relevantes y atractivas para estudiantes de diversos orígenes, sino que

también promueve una apreciación más amplia de las matemáticas como una creación humana universal y diversa.

Como se dijo en la décimo octava edición: ¡termina un viaje y comienza otro! Pasamos el testigo a los compañeros de Sevilla para el 2027, número primo cuya suma de sus dígitos es 11, también número primo, **¡buen augurio para la vigésima edición del CEAM!** (por lo que representan los números primos que no son solo un concepto abstracto de las matemáticas, sino que son herramientas esenciales para su utilidad, entre otras, en la naturaleza, la vida diaria relativa a la seguridad y la eficiencia en la actual era digital).

**NOTA FINAL.** Una vez concluido el 19 CEAM, se realizó una encuesta de satisfacción, cualquier interesado/a puede descargarla en el siguiente enlace: <https://thales.cica.es/huelva/>. También se puede descargar el video resumen del congreso en <https://www.facebook.com/watch/?v=3965596137032950>.



## Problemas de olimpiadas de sexto de Primaria para impulsar el razonamiento matemático en equipo

Iván Valero Terrón

IES La Contraviesa de Albuñol, [ivalter916@g.educaand.es](mailto:ivalter916@g.educaand.es)

Daniel Partal García

Colegio Marista La Inmaculada de Granada, [danielpg@maristasmediterranea.com](mailto:danielpg@maristasmediterranea.com)

Ana María Núñez Torres

Colegio Marista La Inmaculada de Granada, [anamariant@maristasmediterranea.com](mailto:anamariant@maristasmediterranea.com)

Carmen Sáez Ballesteros

IES Alonso Cano de Dúrcal, [csaebal309@g.educaand.es](mailto:csaebal309@g.educaand.es)

Rafael Ramírez Uclés

Universidad de Granada, [rramirez@ugr.es](mailto:rramirez@ugr.es)

**Resumen:** *En este trabajo se recopilan los problemas propuestos en las Olimpiadas THALES de sexto de Primaria que se han celebrado en Granada. Están diseñados para que se resuelvan en equipos de tres estudiantes, lo que favorece el trabajo colaborativo, la argumentación, la comunicación y la toma de decisiones respecto a las posibles estrategias de resolución. Estas características convierten a este tipo de propuestas en un banco de recursos para el diseño de los planes de impulso de razonamiento matemático. Finalmente, se añaden las soluciones con algunas indicaciones metodológicas para usarlas en el aula.*

**Palabras clave:** *Olimpiadas matemáticas, Trabajo Colaborativo, Razonamiento matemático.*

### Primary sixth grade olympiad problems to boost mathematical reasoning in teams

**Abstract:** *This paper compiles the problems proposed in the THALES Olympiad for sixth grade students held in Granada. They are designed to be solved in teams of three students, which encourages collaborative work, argumentation, communication, and decision-making regarding possible solution strategies. These characteristics make this type of proposal a resource for designing plans to promote mathematical reasoning. Finally, the solutions are included with some methodological guidelines for use in the classroom.*

**Keywords:** *Mathematical Olympiads, Collaborative Work, Mathematical Reasoning.*

## 1. IMPULSO DEL RAZONAMIENTO A TRAVÉS DE RETOS EN EQUIPO

En las recientes instrucciones de la Consejería de Desarrollo Educativo y Formación Profesional se describen las medidas para el fomento del razonamiento matemático a través del planteamiento y la resolución de retos y problemas en Educación Infantil, Educación Primaria y Educación Secundaria Obligatoria. En algunos de sus principios, se destaca el papel de la interacción entre el estudiantado y el trabajo en equipos para contribuir a la reflexión y la mejora de la comprensión.

En este artículo se recopilan las pruebas que se propusieron en la XXX Olimpiadas Thales de Primaria que se celebraron en Granada en 2025. Estas pruebas están diseñadas para que se realicen en grupos de tres estudiantes que tienen que trabajar de modo cooperativo (Grupo LaX, 2000, 2007). La prueba de equipos está diseñada para abordar diferentes componentes del sentido matemático y se ha resaltado su potencial para contextualizar situaciones de aprendizaje (Moreno y Cruz, 2023; Valero et al., 2024)

## 2. PRUEBA DE EQUIPOS

En esta prueba, los alumnos asumen los roles de tres personajes para resolver algunas cuestiones. Les entregan tres hojas de información, una por personaje, con diversos datos para que resuelvan las cuestiones que se dan aparte. Disponen de 5 minutos para leer la prueba y hacer las aclaraciones y estrategias que consideren oportunas entre los tres. Pasados los cinco minutos, tendrán 35 minutos para dar respuesta a las distintas cuestiones que aparecen en la hoja de cuestiones.

En la edición de 2025 los personajes eran Silvia, Julia y Ángel que están pensando algunas ideas para elaborar un proyecto para convertir el patio de su colegio en una piscina y zona de juegos.

### INFORMACIÓN DE SILVIA.

- La piscina se quiere construir cuadrada lo más grande posible. Como tiene un borde de 2 metros de ancho, las dimensiones son de 16 m de lado.
- En el perímetro exterior del borde de la piscina se van a poner puestos de socorro (flotador).
  - La normativa dice que tiene que haber un puesto de socorro en cada esquina del borde exterior de la piscina.
  - También dice que no puede haber más de 4 metros de separación entre dos puestos de socorro.
- Se necesita calefacción para la piscina cuando la temperatura promedio de un mes sea inferior a 27.
- Para hallar la temperatura promedio de un mes, se suman la temperatura mínima y máxima y se dividen entre dos.
- Silvia ha realizado un estudio estadístico y ha anotado las temperaturas mínima y máxima de su localidad a lo largo de un año.

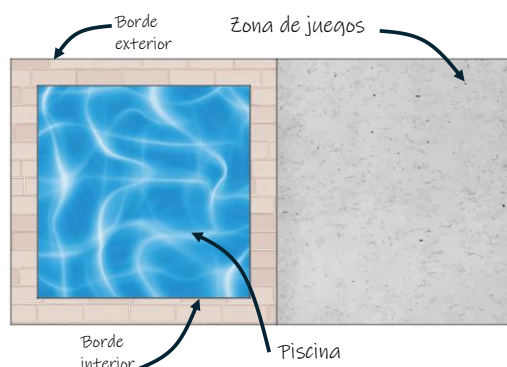
**Tabla 1**  
*Temperaturas mínimas y máximas en cada mes*

MES	MINIMA	MAXIMA
ENERO	24	29
FEBRERO	24,5	29
MARZO	26	31
ABRIL	26,5	30
MAYO	27,5	31
JUNIO	28	31,5
JULIO	29	32
AGOSTO	29	32,5
SEPTIEMBRE	27,5	30,5
OCTUBRE	26	29,5
NOVIEMBRE	25	28,5
DICIEMBRE	24	29

#### INFORMACIÓN DE JULIA.

- Cada puesto de socorro cuesta 150 euros, por lo que se quieren poner los menos puestos de socorro posible según la normativa.
- El metro cuadrado de pintura antideslizante cuesta 20 euros.
- Cada baldosa para la zona de juegos cuesta 8 euros.
- La profundidad de la piscina es de 2 metros, pero por cuestiones de consumo, se llena el 80% de capacidad.
- El precio de cada mes por mantener la piscina (productos químicos y personal de mantenimiento) es de 2000 euros.
- El precio de calefacción en es de 800 euros al mes.

**Figura 1**  
*Distribución de la piscina y de la zona de juegos*

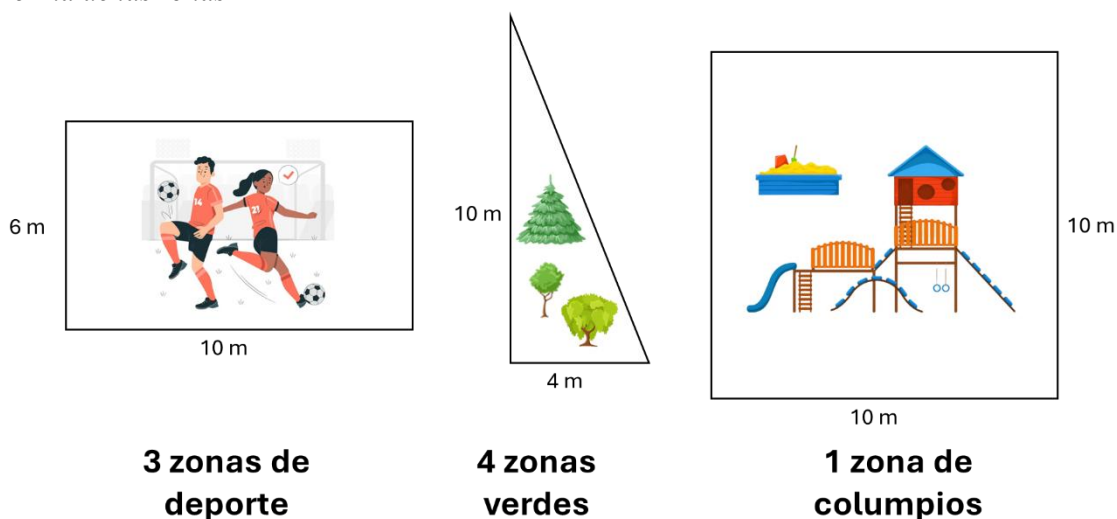


### INFORMACIÓN DE ÁNGEL.

- El patio es un rectángulo de 20x38 metros.
- El patio de juegos se cubrirá con baldosas cuadradas lo más grandes posibles.
- En la zona de juegos se tienen que situar los siguientes espacios para pistas de juego:

**Figura 2**

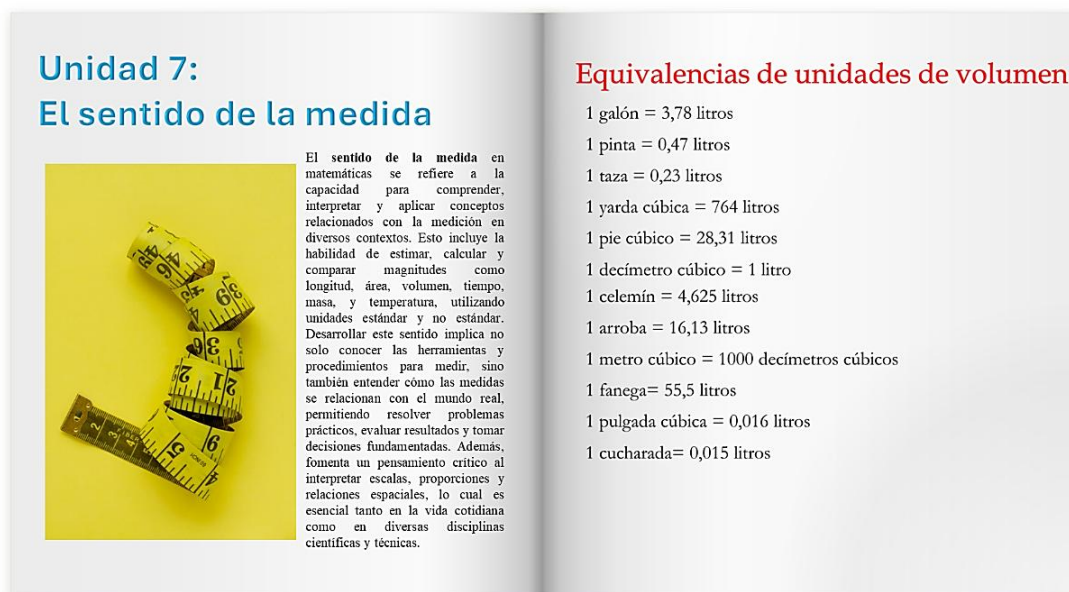
*Forma de las zonas*



Para hacer los cálculos de volúmenes de agua, Ángel ha encontrado esta página en un libro de ciencias de su colegio:

**Figura 3**

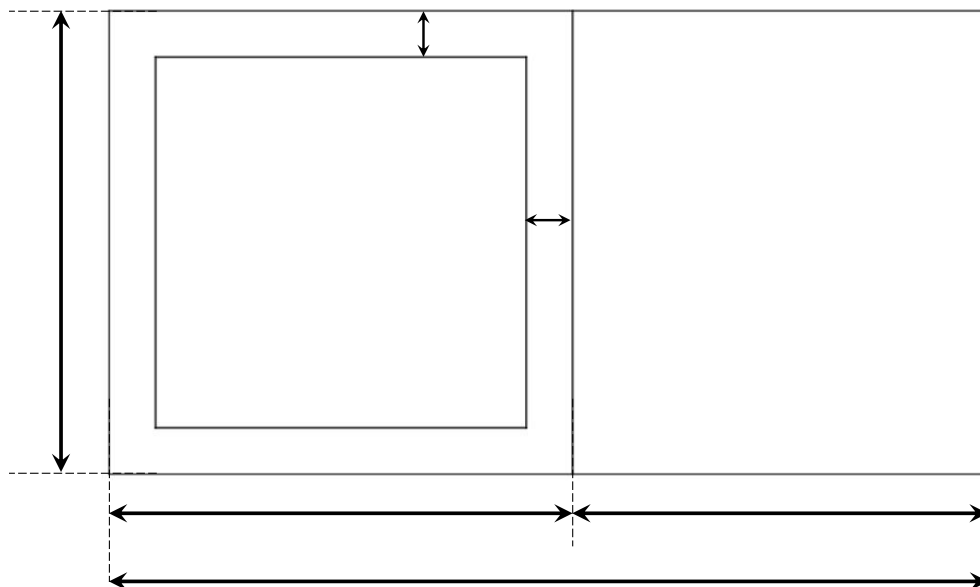
*Equivalencias en el libro de ciencias*



## 2.1. Las cuestiones

### *Actividad 1: Las medidas del plano.*

*Actividad 1.A:* Completad las medidas del plano del patio del colegio:

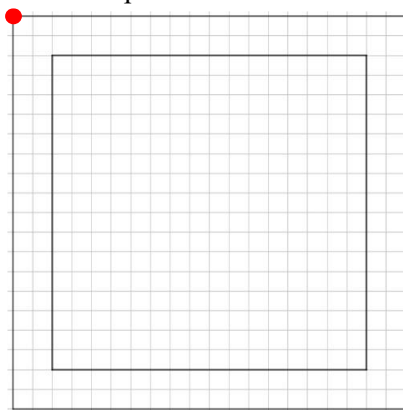


*Actividad 1.B:* Hallad las siguientes medidas:

- Área de la piscina.
- Área de la zona de juegos.
- Perímetro de la zona de juegos.
- Perímetro interior del borde.
- Perímetro exterior del borde.

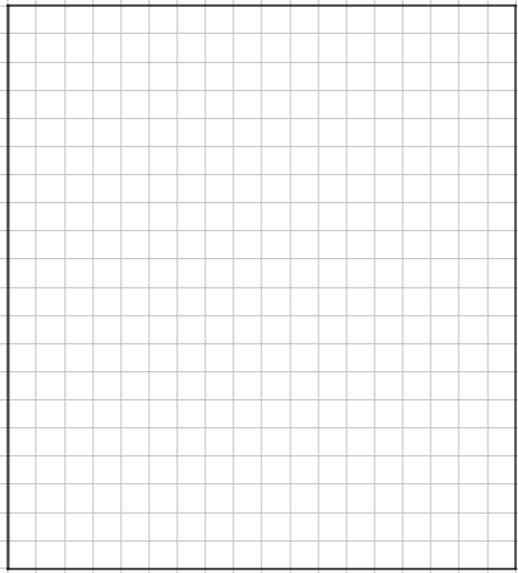
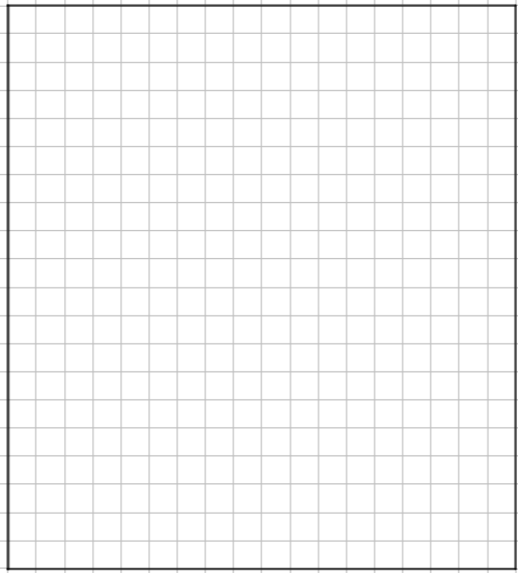
### *Actividad 2: Perímetro de la piscina*

En el siguiente plano colocad los flotadores de acuerdo a la normativa. En la esquina superior izquierda ya hemos colocado el primero.



### **Actividad 3 y 4: Baldosas de la zona de juegos / Zonas de juegos**

Colocad en los siguientes planos de la zona de juegos las baldosas y las diferentes zonas de juegos:

	
(A3) Las baldosas de la zona de juegos	(A4) Las diferentes zonas de juegos

### **Actividad 5: Costes de material.**

Calculad los siguientes costes:

- A) Los puestos de socorro.
- B) La pintura antideslizante para el borde de la piscina.
- C) Las baldosas.

### **Actividad 6: El agua de la piscina.**

- A) Calculad cuántos metros cúbicos de agua habrá en la piscina una vez llena.
- B) ¿Cuántos litros son?

### **Actividad 7: Calefacción y gastos**

- A) ¿En qué meses es necesario encender la calefacción?
- B) Calculad el gasto de mantenimiento anual de la piscina (productos químicos, personal de mantenimiento y calefacción)
- C) Calculad el gasto de productos químicos, personal de mantenimiento y calefacción de 2 años. ¿Cuál es dicho gastos en tres años? ¿Y en 20 años? ¿Y en  $n$  años?

### 3. PRUEBA DE VELOCIDAD

Son actividades contrarreloj. Se requiere colaboración, comunicación y habilidades prácticas. Cada equipo trabaja durante 5 minutos en cada una de las situaciones que se le presentan. Los equipos deben parar de trabajar al oír la señal. Se les recoge la actividad y se pasa a la siguiente tarea. En total son 5 los ejercicios que el equipo tiene que resolver.

#### Problema 1: Pentominós

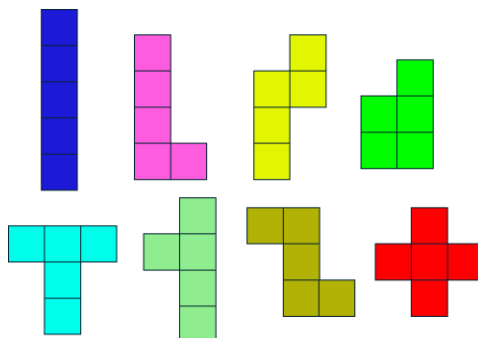
Un pentominó es una figura plana formada por 5 cuadraditos unidos por sus lados. Hay 12 pentominós posibles, de los cuales hemos dibujado 8 a continuación (figura 4):

- A) Dibujad los 4 pentominós que faltan. Recordad que tienen que ser diferentes a los que ya están dibujados. No podéis dibujar figuras simétricas o giradas de las que ya están dibujadas.
- B) Si la longitud de cada lado de un cuadrado es 1 unidad, el área de un cuadrado será 1 unidad cuadrada.

¿Tienen todos los pentominós la misma área? **Razonad la respuesta.** ¿Tiene todos los pentominós el mismo perímetro? **Razonad la respuesta.**

**Figura 4**

*Algunos pentominós*



#### Problema 2: Círculos y múltiplos

¿Es posible colocar un número en cada uno de los cuadrillos de los siguientes diagramas para que se cumplan las condiciones indicadas?

Si es posible, colocad los números. En caso de que no sea posible, explicad brevemente por qué no es posible colocarlos.

**Figura 5**

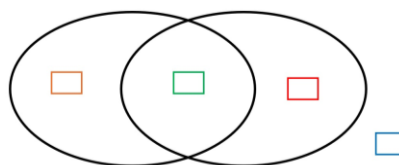
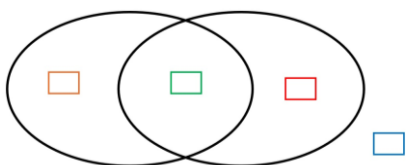
*Diagramas*

Múltiplo de 4

Múltiplo de 6

Múltiplo de 4

Múltiplo de 8



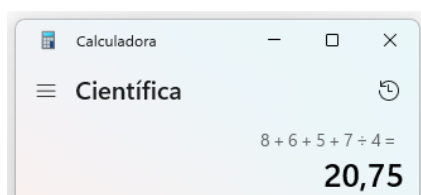
### Problema 3: La nota media

Luis ha obtenido en cuatro exámenes de la asignatura de Inglés las siguientes calificaciones: 8, 6, 5 y 7. La nota final de la asignatura se obtiene aplicando la media aritmética de las calificaciones. La profesora de Inglés ha comunicado a Luis que tiene un 6.25 de nota media.

Luis ha calculado la nota media con su calculadora, tal y como muestra la figura 6. Pero al operar no le sale la media que le ha indicado la profesora. ¿Se ha confundido la profesora? ¿Se ha confundido Luis? ¿Se han confundido los dos? **Escribid de forma razonada vuestra respuesta.**

**Figura 6**

Calculadora científica



### Problema 4: El cifrado César

El senador romano Julio César (s. I a.C.) fue uno de los grandes estrategas del imperio romano. Enviaba gran cantidad de mensajes escritos para organizar a sus tropas, extendidas a lo largo de cientos de kilómetros. Si un mensaje era interceptado por el enemigo, existía el riesgo de que fuese leído por sus rivales. Para lo cual ideó uno de los primeros sistemas de cifrado de mensajes que se conocen.

Vamos a considerar el siguiente alfabeto de 27 letras.

**ABCDEFGHIJKLMNÑOPQRSTUVWXYZ**

La letra A ocupa la posición 1. La letra B ocupa la posición 2. La letra C ocupa la posición 3. Y así hasta la letra Z, que ocupa la posición 27. Cuando Julio César escribía un mensaje cifrado, sustituía cada letra del mensaje original por la letra que estaba situada 3 posiciones a la derecha. De esta forma la A pasaba a D, la B pasaba a E, la C pasaba a F, y así sucesivamente. ¡Ojo! Siguiendo este razonamiento, la X pasaba a A, la Y pasaba a B, y la Z pasaba a C (al terminar el alfabeto, se comenzaba de nuevo por el principio).

Original	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Cifrado	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

Con esta técnica de cifrado, la palabra original SALUDO se escribiría como VDÑXGR. Es decir, algo bastante ininteligible.

- A) Si en vez de utilizar un desplazamiento de 3 posiciones a la derecha, aplicamos movimiento de 11 posiciones, ¿puedes completar la siguiente tabla de cifrado?

Original	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Cifrado																											

B) Utilizando esta tabla del apartado A) hemos codificado una figura geométrica. Decodificarla y dibujarla.

CIFRADO → EC SLXQFVZ CONELXQFVZ SDZDNOVOD

**Problema 5: Cruzanúmeros**

Completad la siguiente cruzada de números con los números que están sueltos, sin repetirlos, de forma que las operaciones estén bien hechas.

**Figura 7**

Cruzada de números

The crossword puzzle grid contains the following numbers and symbols:

- Row 1: 17 - =
- Row 2: - x
- Row 3: ÷ =
- Row 4: 2 x =
- Row 5: +
- Row 6: + 1 = 11
- Row 7: = + +
- Row 8: 12 + =
- Row 9: = =
- Row 10: + 7 =
- Row 11: 10 + = 11
- Row 12: + +
- Row 13: = 6
- Row 14: = =
- Row 15: + =
- Row 16: + x
- Row 17: + 1 =
- Row 18: + + =
- Row 19: 18 + =
- Row 20: =
- Row 21: 14

The list of numbers to the right is:

- 8, 15, 22, 1
- 9, 22, 10, 6
- 4, 29, 4, 22
- 10, 10, 1, 5
- 12, 1, 18, 7
- 8, 5

**4. PRUEBA DE RELEVOS**

En esta prueba se trabajará de forma individual, si bien cada equipo trabajará sobre la misma resolución de los ejercicios, el proceso es el siguiente:

- Al primero de cada equipo se le entrega un ejercicio e inicia su resolución durante 5 minutos. Si finaliza dicho ejercicio y no han transcurrido los 5 minutos, levanta la mano y se le entrega el segundo ejercicio. De igual modo, si el primer ejercicio entregado les resulta muy dificultoso, pueden levantar la mano y se entrega otro; dejando el primero para el compañero siguiente.
- Transcurridos los cinco minutos, se hará una señal para que se aproxime a la mesa de trabajo el segundo componente del equipo y disponen de 1 minuto para intercambiar información de lo realizado; después se queda en la mesa de trabajo el segundo miembro, disponiendo de otros 5 minutos para terminar el/los ejercicios, levantado la mano cuando necesite ejercicios nuevos.
- El proceso anterior se repetirá hasta que cada componente del equipo pase dos veces por la mesa de trabajo. La prueba durará por tanto 35 minutos (30 de trabajo individual y 5 de cada intercambio).

- Todos los ejercicios que se entreguen permanecen en la mesa de trabajo hasta el final, estén o no terminados.

### **Problema 1: Venta de periódicos**

María y Paco trabajan en un quiosco. Ella en el turno de mañana y él en el turno de tarde. Venden el periódico local “Viva nuestra ciudad”. María, por la mañana, siempre los organiza en tres montones idénticos. Y coloca dos pequeñas piedras sobre dos de los montones para garantizar que las personas cojan los periódicos del primer montón. Y, si se acaba, quita una de las piedras de uno de los otros montones para que se venda.

Cuando Paco llega por la tarde, ve que solo queda uno de los tres montones sin vender, con la piedra colocada encima. Paco coge ese montón y lo divide en dos partes iguales. Coloca nuevamente una piedra sobre uno de los dos montones.

Cuando Paco cierra el quiosco, comprueba que solo quedan periódicos de un montón, que sigue teniendo la piedra encima. Han quedado sin vender 20 periódicos. ¿Cuántos periódicos había inicialmente por la mañana?

### **Problema 2: El número oculto.**

Andrés piensa un número y te da las siguientes pistas para que lo descubras.

*El número que he pensado tiene cuatro cifras y es capicúa. La suma de sus cifras es 16. Además si intercambio las cifras de las unidades con la de las decenas y, la cifra de las centenas con la de la unidad de millar, el número sigue siendo capicúa y la diferencia entre este número y el que yo he pensado es 5346.*

Recordad: un número es capicúa si se lee igual de izquierda a derecha como de derecha a izquierda, como el 18981.

Averigua el número pensado por Andrés.

### **Problema 3: Números que explotan.**

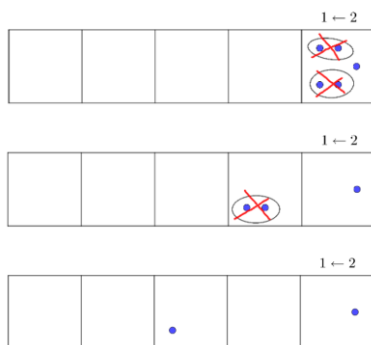
La imagen de la figura se llama “Máquina dos uno”.



Esta máquina funciona de la siguiente manera. Se añaden puntos en la casilla de la derecha. Sabiendo que cada pareja de puntos situado en una misma casilla explota, desaparece y genera un punto nuevo en la casilla situada inmediatamente a la izquierda. Fíjate cómo funciona cuando añadimos dos puntos en la casilla de la derecha.



En la siguiente secuencia de imágenes tienes el ejemplo de cómo funciona la máquina cuando añadimos cinco puntos en la casilla de la derecha.



¿Eres capaz de añadir 29 puntos en la casilla de la derecha y aplicar el funcionamiento de la “Máquina dos uno” para saber cuántos puntos quedan finalmente en cada una de las casillas? Puedes usar la siguiente máquina vacía para hacer tus cálculos. Es importante que indiques claramente cuántos puntos quedan, finalmente, en cada una de las casillas.

**Problema 4: Hashiwokakero.**

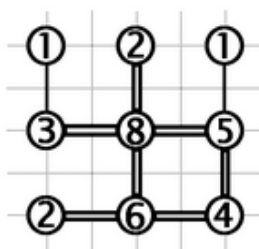
Hashiwokakero es una frase japonesa que se traduce directamente como construir puentes. El objetivo de este rompecabezas es trazar puentes que permitan conectar las islas entre ellas.

- Cada isla contiene un número que indica cuántas rutas deben llegar a ese planeta.
- Los puentes no pueden cruzarse entre ellos ni pasar por encima de otras islas.
- No puede haber más de dos puentes entre dos islas.
- Los puentes deben ir en horizontal o en vertical.

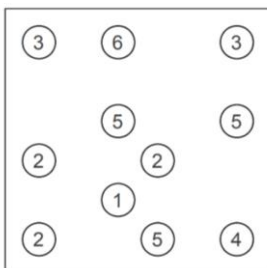
Al final, el mapa debe permitirte viajar desde cualquier isla a otra usando los puentes que has trazado.

**Figura 8**

*Ejemplo de Hashiwokakero*

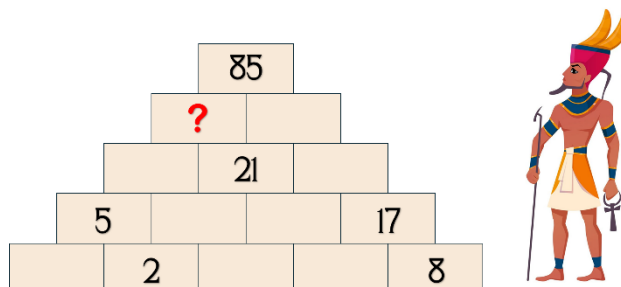


Resolved el siguiente hashiwokakero:



**Problema 5: Pirámide numérica.**

En la siguiente pirámide, el número de cada bloque es la suma de los dos números en los que se apoya. ¿Qué número debería aparecer en la interrogación?



**Problema 6: El reparto de los pasteles.**

Un pastelero posee 38 pastelitos y cajas de 3 y 7 unidades. Todos los pastelitos deben quedar empaquetados, y no pueden quedar cajas con espacios vacíos. ¿De cuántas formas distintas pueden empaquetarse los pasteles?

**Problema 7: Codificando el alfabeto**

Cuando un ordenador almacena una letra, lo hace siguiendo un código donde solo aparece la cifra 0 y la cifra 1. Esto se llama codificación binaria. Y es la manera en que la información se guarda en los bits de un ordenador.

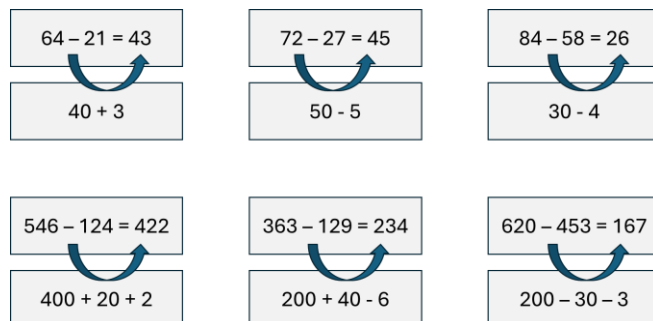
Supongamos que deseamos codificar en binario nuestro alfabeto, desde la letra “A” hasta la letra “Z”. Si contamos con 5 bits para almacenar las letras, podríamos codificarlas de la siguiente forma:

Letra del alfabeto	Código binario
A	00000
B	00001
C	00010
D	00011
E	00100
F	00101
G	00110
H	00111
I	...
J	...

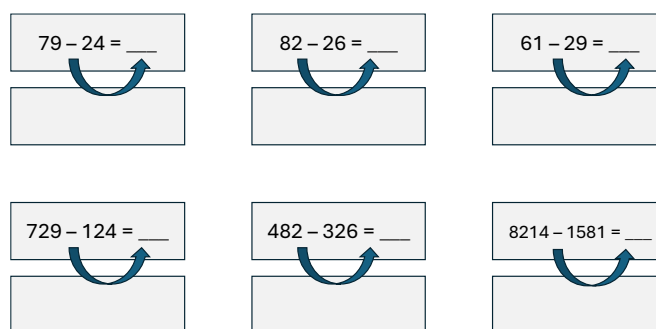
- A) Completad, hasta llegar al código binario de la letra “Z”, siguiendo el patrón marcado por las primeras letras.
- B) ¿Cómo escribirías, en código binario, la palabra ZUECO?

**Problema 8: Curioso método para restar.**

Fíjate como resta Sergio:



Descubrid cómo resta Sergio y realizad las siguientes restas de la misma manera:



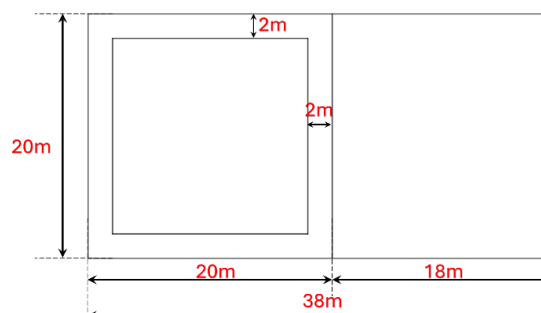
**5. SOLUCIONES**

Se aconseja proponer las soluciones y que sean los propios/as estudiantes quienes las verifiquen y localicen errores

**PRUEBA DE EQUIPOS**

**Actividad 1**

A)

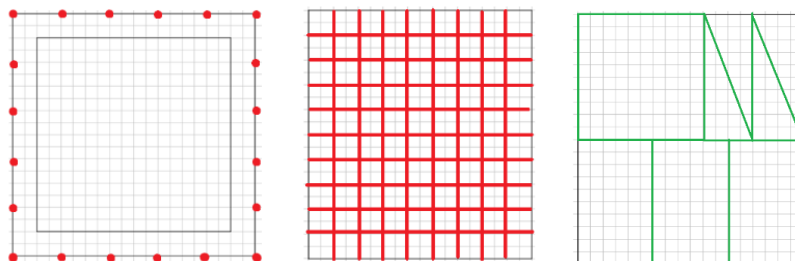


- B) Área piscina =  $16 \cdot 16 = 256 \text{ m}^2$   
 Área de la zona de juegos =  $18 \cdot 20 = 360 \text{ m}^2$   
 Perímetro de la zona de juegos =  $18 + 20 + 18 + 20 = 76 \text{ m}$

Perímetro interior del borde =  $16 \cdot 4 = 64$  m.

Perímetro exterior del borde =  $20 \cdot 4 = 80$  m.

### Actividades 2, 3 y 4



### Actividad 5

- A) 20 puestos de socorro · 150 € cada uno = 3000 €
- B)  $144 \text{ m}^2 \cdot 20 \text{ €/m}^2 = 2880 \text{ €}$
- C)  $90 \text{ baldosas} \cdot 8 \text{ €} = 720 \text{ €}$

### Actividad 6

- A)  $V_{\text{max}} = 16 \cdot 16 \cdot 2 = 513 \text{ m}^3$ ,  $V = 80\% \text{ de } 513 \text{ m}^3 = 409,6 \text{ m}^3$
- B)  $409,6 \text{ m}^3 = 409600 \text{ L}$

### Actividad 7

- A) Calculamos las temperaturas medias:

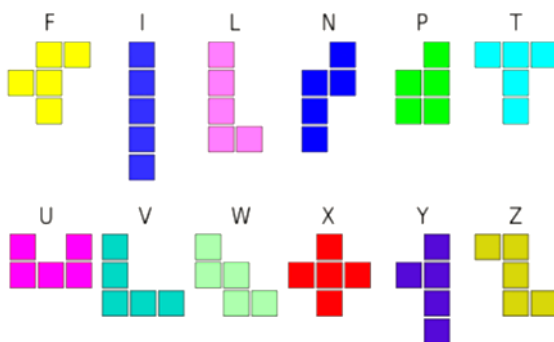
MES	MINIMA	MAXIMA	MEDIA
ENERO	24	29	26,5
FEBRERO	24,5	29	26,75
MARZO	26	31	28,5
ABRIL	26,5	30	28,25
MAYO	27,5	31	29,25
JUNIO	28	31,5	29,75
JULIO	29	32	30,5
AGOSTO	29	32,5	30,75
SEPTIEMBRE	27,5	30,5	29
OCTUBRE	26	29,5	27,75
NOVIEMBRE	25	28,5	26,75
DICIEMBRE	24	29	26,5

Se encenderá la calefacción en enero, febrero, noviembre y diciembre.

- B)  $2000 \text{ €/mes} \cdot 12 \text{ meses} = 24000 \text{ €}$   
 $800\text{€/Mes} \cdot 4 = 3200\text{€}$   
 Total = 27200 €
- C) 2 años = 54.400€  
 3 años = 81.600€  
 20 años = 544.000€  
 $n \text{ años} = 27200n$

### PRUEBA DE VELOCIDAD

V1: Los doce pentominós son:



Todos los pentominós tienen la misma área: 5 unidades cuadradas, porque están formados por 5 cuadrados de área 1 unidad cuadrada cada uno.

El perímetro no es el mismo en todos. Las siguientes figuras tienen perímetro 12 unidades de longitud: F, I, L, N, T, U, V, W, X, Y, Z. Mientras que la figura P tiene un perímetro de solo 10 unidades de longitud.

V2:



El único lugar en el que no se pueden escribir números es el múltiplo de 8 que no sea múltiplo de 4, ya que todo múltiplo de 8 lo es de 4 también.

V3: Luis está operando mal con la calculadora. Al no utilizar paréntesis, le división entre 4 solo está afectando al número 7. Debe escribir correctamente la operación usando paréntesis:

$$(8 + 6 + 5 + 7) \div 4$$

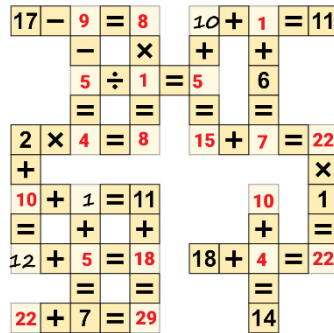
Si hace esta operación, obtiene una nota media de 6.5. Por lo tanto, la profesora también se ha confundido al calcular la nota media.

**V4:**

Original	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Cifrado	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K

Descifrado: Triángulo rectángulo isósceles.

**V5:**



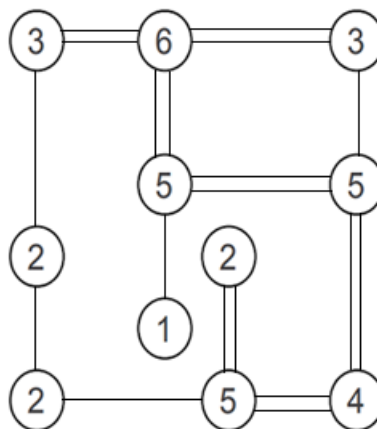
**PRUEBA DE RELEVOS**

**R1:** 120 periódicos

**R2:** El número pensado es el 7117 o el 1771.

**R3:** Los puntos después de explotar quedan así: |•|•| |•|

**R4:**



**R5:** La interrogación vale 32.

**R6:** Dos posibilidades: una caja de 3 y cinco que 7 u ocho cajas de 3 y dos de 7.

**R7:** La codificación del alfabeto es:

Letra del alfabeto	Código binario	Letra del alfabeto	Código binario
A	00000	Ñ	01110
B	00001	O	01111
C	00010	P	10000
D	00011	Q	10001
E	00100	R	10010
F	00101	S	10011
G	00110	T	10100
H	00111	U	10101
I	01000	V	10110
J	01001	W	10111
K	01010	X	11000
L	01011	Y	11001
M	01100	Z	11010
N	01101		

La palabra ZUECO codificada en binario se escribe:

11010, 10101, 00100, 00010, 01111

**R8:**

$$79 - 24 = 50 + 5 = 55$$

$$82 - 26 = 60 - 4 = 56$$

$$61 - 29 = 40 - 2 = 38$$

$$729 - 124 = 600 + 0 + 5 = 605$$

$$482 - 326 = 100 + 60 - 4 = 156$$

$$8214 - 1581 = 7000 - 300 - 70 + 3 = 6633$$

## 6. ALGUNAS SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Las pruebas están diseñadas para trabajar en grupos de tres estudiantes, con una duración aproximada de 30 a 40 minutos dependiendo de la prueba (equipos, velocidad o relevos), por lo que puede adaptarse a una sesión cada una de ellas. Otra alternativa es plantear inicialmente cada una de las actividades de manera individual para cada estudiante “piense” la estrategia. Pasados unos minutos de trabajo individual (5 o 10 dependiendo de cada una de las actividades de velocidad o relevos), se establecen los grupos de tres personas y que trabajen en equipo para consensuar la estrategia. Finalmente se hace una puesta en común de todos los grupos donde la profesora o el profesor toman nota de las distintas estrategias y soluciones. Esta metodología favorece la comunicación de ideas y la flexibilidad para encontrar distintos razonamientos.

De manera alternativa a la puesta en común general, se le pueden entregar las soluciones propuestas en este artículo y que las comparen con sus propuestas. En caso de que sean diferentes, puede ser interesante ver el motivo que ha generado la solución diferente y darle valor al error como elemento clave de aprendizaje.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Grupo LaX (2000). Olimpiada matemática de 6º de Primaria en Granada. En Gámez, A., Macías, C. y Suárez, C. (eds.). *Matemáticos y Matemáticas para el tercer milenio*. IX Congreso sobre enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas “THALES”. Sección de Autoedición CITI, Universidad de Cádiz. (pp. 307-309).
- Grupo LaX (2007, julio). Vive en Granada la Olimpiada de Primaria. *XIII Congreso sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (XIII JAEM)*. Granada, España.
- Moreno, A. y Cruz, F. (2023). Acercamiento a la idea de situación de aprendizaje matemático en el currículo de matemáticas. *Epsilon*, 115, 7-19.
- Valero Terrón, I., García Schiaffino, M., Méndez Bravo, C. y Ramírez Uclés, R. (2024). XXVII Olimpiadas Matemáticas Thales de primaria de Granada. *Epsilon*, 117, 95-104.

