

# El coseno y el seno de un ángulo en un sistema de coordenadas utilizando simulaciones PhET

Marco Antonio Molina Paredes

Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador, [marco.molinao@epn.edu.ec](mailto:marco.molinao@epn.edu.ec)

Clara Mayo Juárez

Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada Unidad Legaria,  
Ciudad de México, [cmjuarez@ipn.mx](mailto:cmjuarez@ipn.mx)

Alejandro Miguel Rosas Mendoza

Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada Unidad Legaria,  
Ciudad de México, [arosas@ipn.mx](mailto:arosas@ipn.mx)

**Resumen:** En este trabajo se presenta el desarrollo de una clase en donde se estudia el significado del coseno y del seno de un ángulo, en un sistema de coordenadas, a estudiantes del curso propedéutico de tecnología superior utilizando como apoyo didáctico una simulación interactiva PhET, a la cual tienen acceso de manera gratuita vía Internet. Se presenta una secuencia didáctica aplicada en la clase, seguida de un análisis de resultados, aciertos y dificultades suscitadas en el desarrollo de éste; así como la experiencia estudiantil durante la clase y su impresión en cuanto a la utilización de la simulación interactiva.

**Palabras clave:** coseno, seno, trigonometría, simulación, PhET, enseñanza de matemáticas.

## The cosine and sine of an angle in a coordinate system using PhET simulations.

**Abstract:** This work presents the development of a class where the meaning of the cosine and the sine of an angle is explained, in a coordinate system, to students of the higher technology preparation course using as didactic support an interactive PhET simulation, to which the students have free access over the Internet. A didactic sequence applied in the class is presented, followed by an analysis of results, successes and difficulties raised in its development, as well as the students' experiences during class and their impression regarding the use of the interactive simulation.

**Key words:** cosine, sine, trigonometry, simulation, PhET, mathematics teaching.

## 1. INTRODUCCIÓN

El seno y el coseno de un ángulo en un triángulo rectángulo son conceptos que se abordan desde el bachillerato. La idea de una razón entre las medidas de los lados de un triángulo rectángulo tratado desde una visión clásica es muy frecuente en la educación media.

Maldonado (2005) muestra tres etapas escolares para el estudio del coseno y seno: el planteamiento de la razón trigonométrica, la relación entre ángulos medidos en grados o en radianes, y la comprensión de las propiedades y sus aplicaciones. De Kee (1996) por su parte

Cómo citar: Molina Paredes, M. A., Mayo Juárez, C. y Rosas Mendoza, A. M. (2024). El coseno y el seno de un ángulo en un sistema de coordenadas utilizando simulaciones PhET. *Epsilon*, 117, 71-83.

menciona la dificultad que existe en el paso de las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo hacia un sistema de coordenadas usando la circunferencia trigonométrica. La comprensión, abstracción y formalización requieren de gran esfuerzo y tiempo por parte del estudiante y el profesor porque vincula una mayor cantidad de conceptos que se los suelen trabajar de manera memorística y sin profundidad. Montiel (2004) demuestra la gran dificultad de pasar de la razón trigonométrica, a la circunferencia trigonométrica y posteriormente a la función trigonométrica, porque el sentido geométrico asociado a las dos primeras se pierde y el grado de abstracción y el carácter funcional aparecen. Torres, Montiel et al. (2016) aclaran que esta dificultad asociada a la pérdida del sentido geométrico se debe al avance y tecnicismo del Álgebra, siendo fundamental el buscar una resignificación del saber trigonométrico.

Un enfoque común y más preciso para introducir el seno y el coseno es definirlos en la circunferencia trigonométrica. Luego, utilizando el teorema de Tales, se expresan como razones entre los lados de un triángulo rectángulo. La departamentalización de los conocimientos se produce cuando la definición geométrica se desvincula del método general de cálculo, lo que provoca que estos se vean como escenarios separados. Campo y Lasso (2014) mencionan:

la importancia de innovar en situaciones que permitan al estudiante analizar, reflexionar, inferir y conjeturar conceptos trigonométricos y romper con el esquema tradicional de la enseñanza de las razones y funciones trigonométricas de una manera aislada, por lo que sí es posible trabajar en el aula de una manera integrada los conceptos de razón y función trigonométrica usando incluso contextos cotidianos para los estudiantes. (p. 101)

Con base en lo expuesto, el objetivo principal de la clase es explicar en términos trigonométricos los conceptos de coseno y seno de un ángulo en un sistema de coordenadas a estudiantes del curso propedéutico de tecnología superior teniendo como apoyo didáctico una simulación interactiva PhET. Los objetivos específicos de la clase son:

- Asociar las coordenadas de los puntos de la circunferencia trigonométrica con el coseno y el seno del ángulo formado por el radio que contiene estos puntos.
- Deducir el signo del coseno y del seno para cualquier ángulo dado sin una calculadora usando la circunferencia trigonométrica.
- Definir las razones trigonométricas exactas para ángulos especiales (que son aquellos ángulos que recaen sobre la intersección de circunferencia trigonométrica con los ejes y la adición, a estos, de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$ ).

### 1.1. ¿Qué es PhET Simulation?

Physics Education Technology (PhET) fue fundado en el 2002 por el ganador del premio Nobel Carl Wieman y desarrollado con la ayuda de fondos de muchas donaciones para que se pueda acceder a este gratuitamente. El proyecto PhET de la Universidad de Colorado Boulder crea simulaciones interactivas de matemáticas y ciencias, las cuales son fruto de una investigación educativa que impulsa a los estudiantes, mediante entornos lúdicos e intuitivos, a aprender a través de la exploración y el descubrimiento. El acompañamiento y corrección del profesor, a posterior, garantiza el correcto aprendizaje. Chamberlain, Lancaster, Parson y Perkins (2014) indican que el diseño de una actividad orientada con una simulación interactiva puede influir notablemente en el proceso de exploración del estudiante.

Sarwoto et al. (2020) mencionan que usar simulaciones en actividades de aprendizaje puede proveer experiencias de aprendizaje mientras los estudiantes juegan y exploran. Por su parte, Souza et al. (2020) después de usar las simulaciones PhET concluyen que las tecnologías educativas favorecen la enseñanza y el aprendizaje mediante la demostración práctica, siempre que estos se combinen con una planificación estructurada y sigan una secuencia de enseñanza que priorice la visualización práctica de los contenidos impartidos durante la clase. En la tabla 1 se mencionan las ventajas encontradas en estas simulaciones.

**Tabla 1**  
*Ventajas de usar simulaciones PhET*

Ventajas
Gratuita en forma móvil y web.
Intuitiva y confiable.
Tiene simulaciones de matemáticas, física, química, ciencias de la Tierra y biología.
Desarrollada y revisada por expertos.
Existe material para trabajar desde cero.
Promueve la curiosidad y la exploración por parte del estudiante.

## 2. DISEÑO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

El objetivo de la secuencia didáctica es estudiar junto a los alumnos los conceptos del coseno y el seno de un ángulo en un sistema de coordenadas. Como prerrequisitos los estudiantes deberán conocer: la circunferencia de radio 1 centrada en el origen de un sistema de coordenadas cartesianas, el teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo, así como sus valores para los ángulos de 30°, 45° y 60°.

Para la secuencia se utilizó la simulación interactiva de PhET Trig Tour simulation disponible en la web: [http://phet.colorado.edu/sims/html/trig-tour/latest/trig-tour\\_en.html](http://phet.colorado.edu/sims/html/trig-tour/latest/trig-tour_en.html)

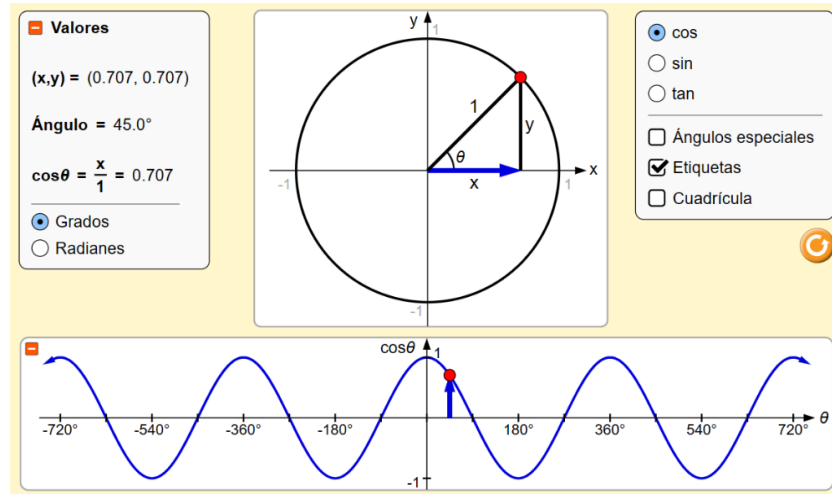
### 2.1. Secuencia Didáctica puesta en práctica

#### 2.1.1. Presentación del tema

Al inicio de la secuencia didáctica se presentarán los objetivos de la clase, su justificación y objetivos a alcanzarse. También se compartirá el enlace de la simulación interactiva a los estudiantes para que puedan usarla en su teléfono celular mediante conexión a Internet con el fin de que se familiaricen y la exploren. Esta se puede ver en la figura 1.

**Figura 1**

Simulación interactiva PhET: Tour trigonométrico.



### 2.1.2. Desarrollo del tema

Se pedirá a los estudiantes que exploren libremente e interactúen en el simulador. El profesor realizará una ronda de preguntas y recabará las respuestas e intuiciones de los estudiantes acerca de lo observado. Las preguntas serán las siguientes:

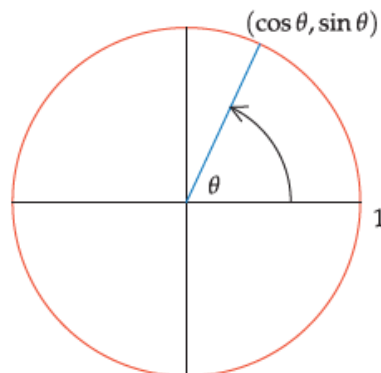
- ¿Qué sucede con el coseno cuando el ángulo se desplaza en el sentido positivo o en el sentido negativo?
- ¿Qué sucede con el seno cuando el ángulo se desplaza en el sentido positivo?
- ¿Cuándo cambia de signo el coseno? ¿Cuándo cambia de signo el seno?
- ¿Cuándo coseno se hace 0? ¿Cuándo seno se hace 0?

Se proponen 5 minutos para que los estudiantes realizaran esta exploración.

Se formalizará en la pizarra los conceptos de coseno y seno de un ángulo en un sistema de coordenadas, respectivamente, como la abscisa y la ordenada del punto de intersección entre el segmento que determina el ángulo y el círculo unitario (Axler, 2016), como se muestra en la figura 2. Se destinará 10 minutos para esta etapa.

**Figura 2**

Seno y coseno de un ángulo en un sistema de coordenadas (Axler, 2016)

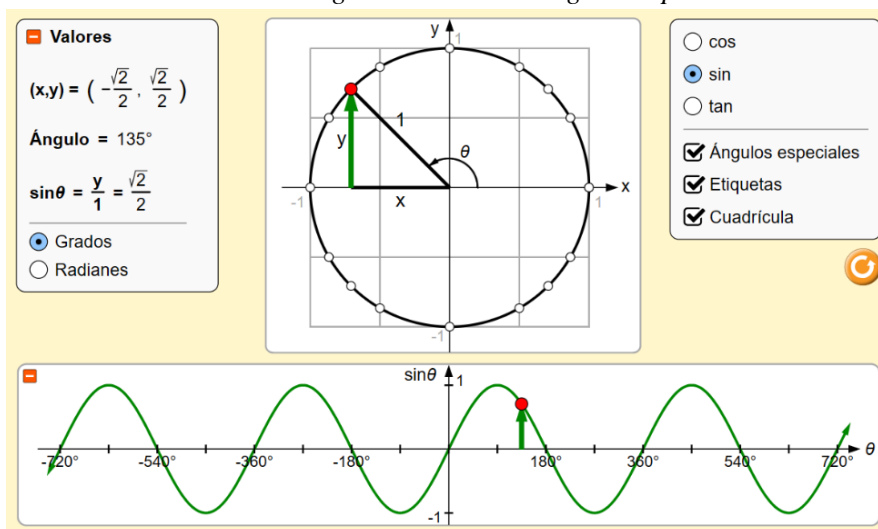


Se pedirá a los estudiantes los signos de las coordenadas de los puntos en cada uno de los cuatro cuadrantes de un sistema de coordenadas cartesiano. Posteriormente, se les solicitará analizar el signo del coseno y del seno a través de la visualización en la simulación que tienen en su teléfono celular. Luego, se enfatizará en el signo de cada una de estas dos razones dependiendo en el cuadrante en donde se encuentren destacando que el seno es positivo en el primer y segundo cuadrante y el coseno es positivo en el primer y cuarto cuadrante. Se dará un tiempo de 10 minutos para realizar esta actividad.

Juntamente con los estudiantes y el simulador, se deducirán las razones trigonométricas para los ángulos de 30, 45 y 60 grados. Luego, a través de la suma de estos ángulos, se establecerán los signos del seno y coseno de los ángulos de 90, 120, 135, 150, 180, 210, 225, 240, 270, 300, 315 y 330 grados respectivamente, tal como se ve en la figura 3. Se considerarán 10 minutos para esta etapa.

**Figura 3**

*Simulación interactiva PhET: Tour trigonométrico con ángulos especiales*



Se presentarán 7 ejercicios relacionados con los valores del coseno y seno de los ángulos especiales analizados anteriormente, para ser desarrollados por los estudiantes, luego se proporcionará la respectiva retroalimentación. Se destinará 15 minutos para el desarrollo de los ejercicios y la retroalimentación. En la tabla 2 se exponen los ejercicios y preguntas que se presentarán a los estudiantes.

**Tabla 2**

*Ejercicios y preguntas del coseno y seno de un ángulo en un sistema de coordenadas.*

Ejercicios
Encuentre el coseno y el seno para los ángulos de 120°, 135°, 150°
Encuentre el coseno y el seno para los ángulos de 210°, 225°, 240°
Encuentre el coseno y el seno para los ángulos de 300°, 315°, 330°

---

Preguntas

---

¿Qué sucede con el seno y coseno de  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  y  $270^\circ$ ? Establezca sus valores.

Si el seno de un ángulo es  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , ¿el coseno de ese ángulo es?

Si el seno de un ángulo es  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ , ¿el coseno de ese ángulo es?

Si el coseno de un ángulo es  $\frac{1}{2}$ , ¿el seno de ese ángulo es?

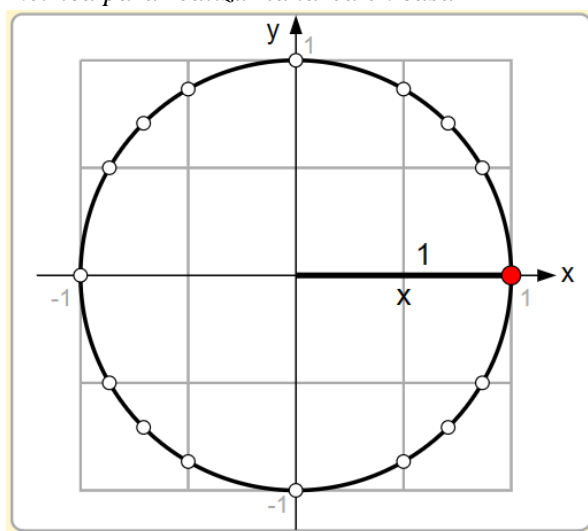
---

Se propondrá a los estudiantes realizar una tarea a desarrollar en casa. Podrán usar el simulador. La tarea se compone de lo siguiente:

1. Completar el siguiente diagrama con los respectivos ángulos y coordenadas (ver Figura 4):

**Figura 4**

*Circunferencia trigonométrica para realizar la tarea en casa*



2. ¿Es el seno de  $45^\circ$  igual al seno de  $135^\circ$ ? ¿Por qué?
3. ¿Es el coseno de  $60^\circ$  igual al coseno de  $300^\circ$ ? ¿Por qué?
4. ¿Es el seno de  $120^\circ$  igual al coseno de  $210^\circ$ ? ¿Por qué?
5. ¿Es el coseno de  $45^\circ$  igual al seno de  $225^\circ$ ? ¿Por qué?
6. ¿Por qué el seno de  $90^\circ$  es igual al coseno de  $0^\circ$ ?

### 2.1.3. Cierre

Se cerrará la clase recordando cómo obtener el seno y el coseno de un ángulo en un sistema de coordenadas cartesiano, asociándolos con las coordenadas de los puntos de la circunferencia trigonométrica, así como sus signos. Se comentará que en la siguiente clase se abordará lo que sucede con ángulos mayores a  $360^\circ$  en sentido horario y antihorario, así como las otras razones trigonométricas. Esta última etapa durará 5 minutos.

### 3. APLICACIÓN DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

#### 3.1. Participantes y lugar de estudio

La clase se llevó a cabo en un aula de la Escuela Politécnica Nacional en Quito, Ecuador, la cual es pública. Esta se dictó sobre una pizarra y como complemento la simulación interactiva en línea, el jueves 10 de noviembre del 2023 a las 11 am. La duración de la clase fue de una hora de manera presencial.

Los estudiantes participantes cursan la materia de Fundamentos de la matemática del curso propedéutico de Tecnología Superior, y son:

1. Johnny, 24 años, masculino
2. Salomé, 24 años, femenino
3. Erik, 19 años, masculino
4. Emily, 19 años, femenino

Todos ellos están familiarizados con la tecnología y accedieron a la simulación mediante sus teléfonos celulares con acceso a Internet por medio de la red institucional.

#### 3.2. Presentación del tema

En esta primera etapa se presentó el propósito de la clase y se compartió la simulación interactiva. Hubo receptividad de los estudiantes al tema, así como motivación por el hecho de poder usar su celular en clase.

#### 3.3. Desarrollo del tema

En esta segunda etapa, el proceso de indagación de la simulación que se muestra en la figura 5 fue seguido de una ronda de preguntas y respuestas que se presentan en la tabla 3:

#### Figura 5

*Proceso de indagación de la simulación en los teléfonos celulares*



**Tabla 3**

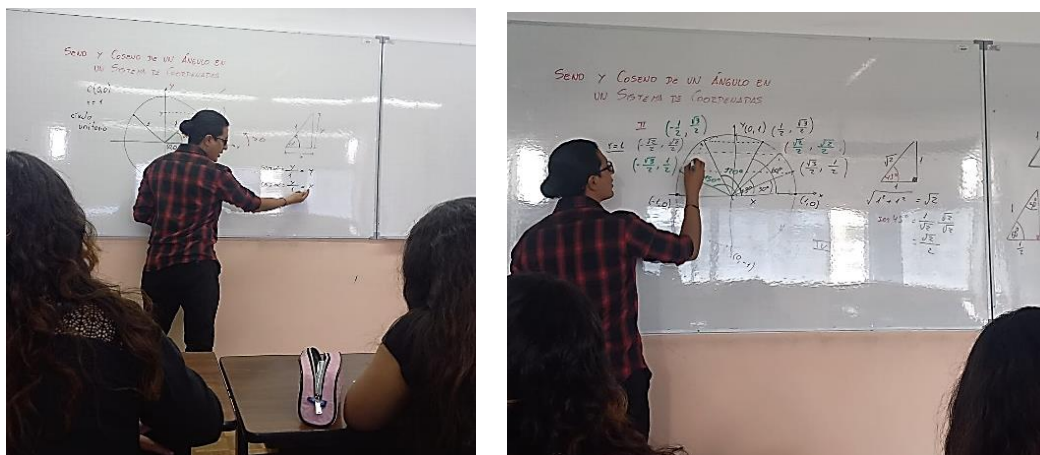
*Preguntas y respuestas acerca del proceso de indagación de la simulación*

<b>Preguntas</b>	<b>Respuestas</b>
Profesor: ¿Qué sucede con el coseno cuando el ángulo se desplaza en el sentido positivo o en el sentido negativo?	Erik: Se hace más chiquito y luego más grande profe.
Profesor: ¿Qué sucede con el seno cuando el ángulo se desplaza en el sentido positivo?	Emily: Lo mismo.
Profesor: ¿Cuándo cambia de signo el coseno?	Erik: Cuando pasa de un cuadrante a otro... del primero al segundo, luego del tercero al cuarto.
Profesor: ¿Cuándo cambia de signo el seno?	Emily: Cuando pasa del primero al segundo... digo del segundo al tercero.
Profesor: ¿Cuándo coseno se hace 0?	Johnny: En 90 profe...y luego en 270.
Profesor: ¿Cuándo seno se hace 0?	Johnny: En 180, (piensa...) y en 0.
Profesor: ¿Y si el ángulo sigue “avanzando” en el sentido positivo?	Johnny: Se repiten. Erik: Y para el otro lado también, profe. Salomé: (se ríe)

Después se presentaron formalmente los conceptos del coseno y el seno de un ángulo en un sistema de coordenadas, pero este fue ejecutado parcialmente debido a que se necesitaron varios prerrequisitos (razones trigonométricas en un triángulo rectángulo) para poderlo comprender. Se procedió a explicar las mismas y se tuvo el apoyo de la aplicación para poder avanzar, figura 6. Esto conllevó más tiempo de lo planificado.

**Figura 6**

*Proceso de explicación y deducción de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo y en un sistema de coordenadas.*



Luego se procedió a explicar y deducir juntamente con los estudiantes los signos de las razones trigonométricas. En esta etapa empezaron a surgir interrogantes que se presentan en la tabla 4:

**Tabla 4**

*Interrogantes y respuestas acerca de los signos de las razones trigonométricas.*

Interventor	Intervención
Johnny	Profe, ¿por qué en el círculo se da vueltas, pero en la gráfica de abajo se mueve a la izquierda?
Profesor	Porque en el círculo observas el movimiento del punto alrededor de este, donde la primera componente es el coseno del ángulo, en cambio, en la gráfica de abajo es el ángulo vs el coseno del ángulo. Me explico mejor: cuando tú empiezas a desplazar el ángulo, la abscisa, que es el coseno del ángulo, se mueve de derecha a izquierda, derecha, izquierda, y si te fijas en la gráfica se mueve de manera ondulatoria.
Johnny	Entonces, ¿cómo le entiendo al seno? ¿Para qué me sirve?
Profesor	El seno en cambio es la segunda ordenada del punto que hablamos hace un momento. Muchos fenómenos en la naturaleza se comportan así, de manera ondulatoria... sinusoidal se lo suele decir. Si te fijas el seno, como es la ordenada, haría este juego, sube, baja, sube, baja, entre 1 y -1.
Erik	Entonces, el coseno es siempre la abscisa y el seno es siempre la ordenada, ¿verdad?
Profesor	Es correcto.

Johnny	¿Siempre tengo que trabajar con la circunferencia de radio 1, o puedo usar otras?
Profesor	Inicialmente trabajamos con la circunferencia trigonométrica, que es la de radio 1 y centrada en el origen de coordenadas, luego podemos usar la proporcionalidad para trabajar con otras circunferencias. Las razones trigonométricas de los ángulos no cambiarán.
Erik	Y si quiero de otros ángulos, ¿le sigo sumando?
Profesor	Exacto, así como lo hicimos.

Una vez respondidas las preguntas, se explicaron y dedujeron las razones trigonométricas para los ángulos especiales, lo cual se pudo avanzar con la utilización de la simulación y la explicación previa de los prerrequisitos de razones trigonométricas en un triángulo rectángulo para  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$ .

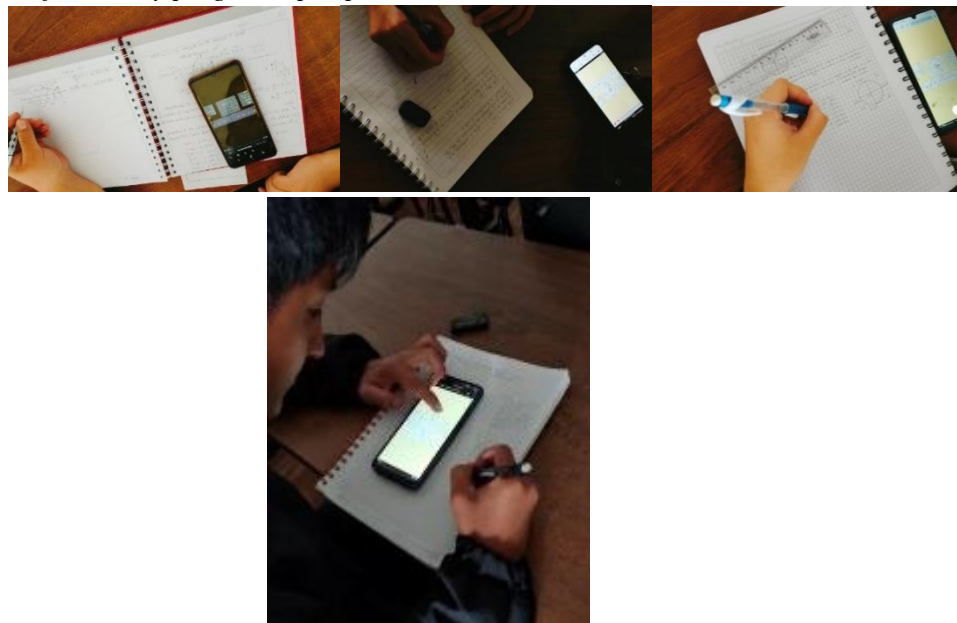
En la última parte de esta etapa se procedieron a desarrollar las preguntas de cierre, con un tiempo reducido, por los inconvenientes presentados. Cada pregunta tiene su retroalimentación y apoyo posterior en la simulación. Se presentan en la tabla 5 y en la figura 7.

**Tabla 5**  
*Ejercicios y preguntas contestadas.*

Ejercicios y Preguntas	Respuesta de los estudiantes
Encuentre el coseno y el seno para los ángulos de $120^\circ$ , $135^\circ$ , $150^\circ$	Todos responden correctamente
Encuentre el coseno y el seno para los ángulos de $210^\circ$ , $225^\circ$ , $240^\circ$	Johnny, Salomé y Erik responden correctamente
Encuentre el coseno y el seno para los ángulos de $300^\circ$ , $315^\circ$ , $330^\circ$	Todos responden correctamente
¿Qué sucede con el seno y coseno de $0^\circ$ , $90^\circ$ , $180^\circ$ y $270^\circ$ ? Establezca sus valores.	Johnny y Emily responden correctamente
Si el seno de un ángulo es $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , ¿el coseno de ese ángulo es?	Johnny responde correctamente
Si el seno de un ángulo es $\frac{-\sqrt{2}}{2}$ , ¿el coseno de ese ángulo es?	Johnny, Emily y Erik responden correctamente
Si el coseno de un ángulo es $\frac{1}{2}$ , ¿el seno de ese ángulo es?	Ninguno responde correctamente

### Figura 7

Desarrollo de ejercicios y preguntas por parte de los estudiantes.



### 3.4. Cierre

En esta última etapa, los estudiantes mencionan el método de cómo obtener las razones trigonométricas para los ángulos especiales en el sistema de coordenadas y sus signos. Se menciona la importancia de recordar las razones de 30, 45 y 60 y con base en ellas la obtención de las demás. Reciben su tarea.

## 4. ANÁLISIS DE LA APLICACIÓN DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

La etapa de introducción a la clase e indagación de la aplicación fue exitosa por dos situaciones en específico: el saber que van a usar una aplicación con su celular y el hecho de ver un tema que no abordaron a profundidad en su bachillerato por motivos de planificación, pandemia y enfoque. Además, se cumplió con los tiempos establecidos y sus objetivos.

La necesidad de los prerrequisitos fue una dificultad que se presentó sobre la marcha. Es importante, como menciona Kee *et al.* (1996), comprobar que los estudiantes tienen los requisitos previos para los conceptos que se quiere enseñar y que ellos comparten el significado de las palabras que se usa. Una dificultad para los profesores es pensar si estas palabras y conceptos comunes los adquirieron (o no) hace mucho tiempo.

Al ser una clase interactiva y personalizada, las preguntas son inevitables. La apertura del profesor para contestarlas y no salirse del tema es importante para intentar cumplir con lo planificado.

Siempre hubo retroalimentación para saber en qué tópico el profesor debía detenerse y enfatizar más. Un ambiente de confianza y cordialidad anima a los estudiantes a abrirse y expresar sus ideas abiertamente, aunque a veces sean erróneas, pero es labor del docente el corregirlas.

#### 4.1. Retroalimentación e impresiones de los estudiantes

La tabla 6 muestra las impresiones recogidas por los estudiantes tras la clase.

**Tabla 6**

*Retroalimentación e impresiones de los estudiantes.*

Estudiantes	Retroalimentación e impresiones
Todos	Creemos que fue una app con la información necesaria para entender el tema, y sí fácil de usar, pero no, nada llamativa.
Johnny	La clase estuvo interesante. Pero quedó la sensación de que faltó mucho más contexto, tal vez esto surge porque fue una clase puntual.
Erik	Se podría entender el tema sin el uso del software, pero sin duda es un gran aporte, principalmente por disponer de la gráfica y poder manipularla, facilita la comprensión.
Emily	Si, estuvo bien para la explicación del maestro. Tal vez se podría agregar más para ejercicios y preguntas.
Johnny	Pues, yo pienso que se debería incrementar la participación de los estudiantes a través de cuestionamientos que te obligan a razonar, obviamente con la ayuda del profe y un texto base.

#### 5. CONCLUSIONES

Al finalizar la clase, los estudiantes son capaces de verbalizar el método de cómo obtener las razones trigonométricas para los ángulos especiales en el sistema de coordenadas y sus respectivos signos cumpliéndose uno de los objetivos de la clase.

Si bien es cierto en un comienzo fue difícil el paso de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo a un sistema de coordenadas, situación que ya preveíamos, siempre es necesario comprobar los requisitos mínimos necesarios para abordar un concepto nuevo o una generalización de un concepto, y no suponer que este, por haber sido visto en el bachillerato, está comprendido e interiorizado.

El presentar al seno y al coseno a través de varias representaciones puede garantizar una mayor comprensión y posterior proceso de abstracción y formalización. El uso de la simulación didáctica es una excelente herramienta para abordar este tipo de conceptos que suelen causar dificultades en su forma funcional.

El prever en la planificación ciertas complicaciones que se pueden dar a lo largo de la clase conlleva un mejor manejo de los tiempos que en este caso fue insuficiente para cumplir con la planeado.

La secuencia tuvo un alto grado de efectividad ya que se cubrieron los objetivos planteados y se obtuvo una retroalimentación favorable por parte de los estudiantes, aunque se considera que puede ser mejorada mediante cambios como: cubrir los prerrequisitos de los estudiantes, considerar el tiempo de la clase más extendido, tener más rondas de preguntas y respuestas establecidas, considerar más tiempo para la realización de ejercicios y preguntas para interiorizar los conocimientos.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Axler, S. (2016). *Precalculus: A prelude to calculus*. Wiley.
- Campo, C. D. y Lasso, L. A. (2014). *Una secuencia didáctica en el paso de las razones trigonométricas a las funciones trigonométricas: el caso de la función seno*. [Tesis de Licenciatura], Universidad del Valle. <http://funes.uniandes.edu.co/11029/1/Campo2014Una.pdf>
- Chamberlain, J., Lancaster, K., Parson, R., & Perkins, K. (2014). How guidance affects student engagement with an interactive simulation. *Chemistry Education Research and Practice*, 15, 628-638. <https://doi.org/10.1039/C4RP00009A>
- De Kee, S., Mura, R. y Dionne, J. (1996). La comprehension des notions de sinus et de cosinus chez des élèves du secondaire. *For the Learning of Mathematics*, 16, 19-27. <https://www.jstor.org/stable/40248201>
- Maldonado, E. S., (2005). *Un análisis didáctico de la función trigonométrica*. [Tesis de Maestría], CINVESTAV IPN. <https://dokumen.tips/documents/maldonado-2005.html?page=1>
- Montiel, G. (2004). *Estudio socioepistemológico de la función trigonométrica*. [Tesis de Doctorado, CICATA-Legaria]. [https://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/doctorado/montiel\\_2005.pdf](https://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/doctorado/montiel_2005.pdf)
- Sarwoto, T., Jatmiko, B. y Sudiby, E. (2020). Development of Online Science Teaching Instrument Based on Scientific Approach Using PhET Simulation to Improve Learning Outcomes at Elementary School. *IJORER : International Journal of Recent Educational Research*, 1(2), 90-107. <https://doi.org/10.46245/ijorer.v1i2.40>
- Souza, P., Ferreira, M. y Labor, O. (2020). Investigando o ensino de trigonometria através da interdisciplinaridade com um simulador da plataforma PhET. *REAMEC*, 8(3), 574-591. <http://dx.doi.org/10.26571/reamec.v8i3.10784>
- Torres, D., Montiel, G., Salazar, O., Hinojos, J., Trujillo, E. y Osorio, M. (2016). Análisis y Diseño de actividades didácticas en el contexto de las razones y funciones trigonométricas utilizando GeoGebra. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, 1(1), 573-585. <https://revistaiime.org/index.php/IIME/article/view/43/1>