

Conocemos los números. Una experiencia basada en la manipulación

M^a Teresa García Pérez

Natividad Adamuz-Povedano

CPR Bembézar de Hornachuelos de Córdoba y

Universidad de Córdoba

Resumen: *En este artículo presentamos un trabajo relacionado con la numeración, como parte de una amplia propuesta metodológica que incide sobre el enfoque y tratamiento de los contenidos relativos a la aritmética escolar en primer curso de educación primaria. Esta propuesta se fundamenta en el uso de recursos manipulativos que nos van a servir tanto de soportes numéricos como aritméticos, así como en la implementación de actividades basadas en estos recursos y que están dirigidas al aprendizaje de conocimientos, habilidades y estrategias. El objetivo general es que el alumnado consiga un amplio desarrollo de su sentido numérico, favorecer el cálculo mental y adquirir procedimientos convenientes para el cálculo escrito.*

Palabras Clave: *Numeración, materiales manipulativos, sentido numérico, cálculo mental*

Knowing the numbers. An experience based on manipulation

Abstract: *In this article we show a work with numeration, it takes part of a wide methodological proposal about the focus and treatment of scholar arithmetic content in year 1 of Primary Education. The proposal is based on the use of manipulative resources as both numerical and arithmetical support as well as in the implementation of activities focused to the learning of knowledge, skills, and strategies. The main objective is to get children get a wide number sense development, improve their mental arithmetic and acquire appropriate written procedures for the calculation.*

Keywords: *Numeration, manipulative resources, number sense, mental arithmetic*

INTRODUCCIÓN

Los recursos y las actividades que se presentan a continuación se integran en una propuesta didáctica amplia para desarrollar el sentido numérico en los primeros años de aprendizaje en la escuela. Aunque se dirigen principalmente a los niños y niñas de primero de Educación Primaria, tienen también una extensa aplicación en aulas específicas y en situaciones de apoyo por dificultades relacionadas con la numeración y el cálculo.

Tanto en la normativa vigente como en la normativa anterior, se destaca la importancia del desarrollo del sentido numérico del alumnado, entendido este como el dominio reflexivo de las relaciones numéricas. Para adquirir ese dominio reflexivo el alumnado deberá desarrollar una serie de habilidades como la habilidad para descomponer números de forma natural, o comprender y utilizar la estructura del sistema de numeración decimal (Junta de Andalucía, 2015). Además, se hace referencia expresa a que “la construcción de los distintos tipos de números a lo largo de las tres etapas y del sistema decimal como base de nuestro sistema de numeración, debe ser desarrollada de forma contextualizada buscando preferentemente situaciones cercanas a las niñas y niños, usando materiales manipulables específicos” (Junta de Andalucía, 2015, p.225)

La experiencia física tiene un papel fundamental en el desarrollo del pensamiento lógico matemático en los primeros años de aprendizaje (Bracho-López, Maz-Machado, Jiménez-Fanjul, & García-Pérez, 2011). Hay estudios, por ejemplo, que manifiestan la necesidad de asociar la construcción del concepto de número con el espacio a través de modelos concretos de conceptos abstractos (OCDE, 2009), por lo que creemos que es fundamental acompañar la información verbal con soportes materiales. Pero la manipulación de objetos concretos, por sí misma, no es suficiente para que niños y niñas entiendan ideas matemáticas abstractas o representaciones simbólicas (Uttal, O’Doherty, Newland, Hand y DeLoache, 2009), esa manipulación debe ir acompañada de una metodología en la que los materiales manipulativos estén bien estructurados y actúen como soportes en procesos de razonamiento numérico.

Los recursos que se utilizan en esta propuesta metodológica son elementos muy prácticos, resistentes y fáciles de manejar en los que contrasta la sencillez del diseño con su enorme potencial. En ningún momento anulan o reemplazan a los recursos tradicionales ni a los derivados de las nuevas tecnologías; todos ellos pueden y deben unirse para convivir en el aula formando un entramado rico y diverso al servicio de una enseñanza y un aprendizaje de calidad.

Actúan en interacción unos con otros proporcionando un conocimiento flexible y dinámico de los números y las operaciones. No solo ayudan al dominio en profundidad de la secuencia numérica, además, cada uno de ellos conecta con procedimientos abiertos para el cálculo, los llamados algoritmos transparentes, como por ejemplo, el cálculo por desplazamientos sobre la Línea Numérica Vacía (LNV) (Barba y Calvo, 2011), los Algoritmos Abiertos Basados en Números (ABN) (Martínez, 2008), el Cálculo Táctico (Reflexionar, seleccionar las habilidades y estrategias más convenientes y resolver) y otros igualmente creativos y eficaces.



Figura 1. La cinta numérica con diferentes accesorios.

DESCRIPCIÓN DE LOS MATERIALES

La cinta numérica

Este recurso facilita la apropiación de los números del cero al cien como una secuencia linealmente ordenada, continua y ampliable. Apoyándonos en esta visualización y trabajando sistemáticamente con ella en el aula, cada niño y niña podrá ir construyendo su propia línea mental para pensar y operar con los números. En este aspecto, la cinta conecta directamente con estrategias secuenciales para el cálculo pensado y con representaciones gráficas como la Línea Numérica Vacía.

En las actividades diarias, nos proporciona un soporte constante para asociar el nombre de los números con su representación simbólica y para desarrollar actividades que profundicen en las nociones de cantidad y orden. Siempre podemos verla y recurrir a ella para consultar dudas o efectuar comprobaciones. Además, contribuye a enriquecer el contexto de aprendizaje, ya que cada número aporta información sobre sí mismo en relación con los demás: vemos los que le anteceden y le siguen, si está situado al principio, en la parte central o al final de la serie, compararlo con la posición que ocupan otros y cuantificar la distancia entre ambos, etc.

Es un excelente soporte para recoger información numérica de sucesos, situaciones o acontecimientos que afecten al aula, o para representar datos referidos a problemas que debamos resolver.

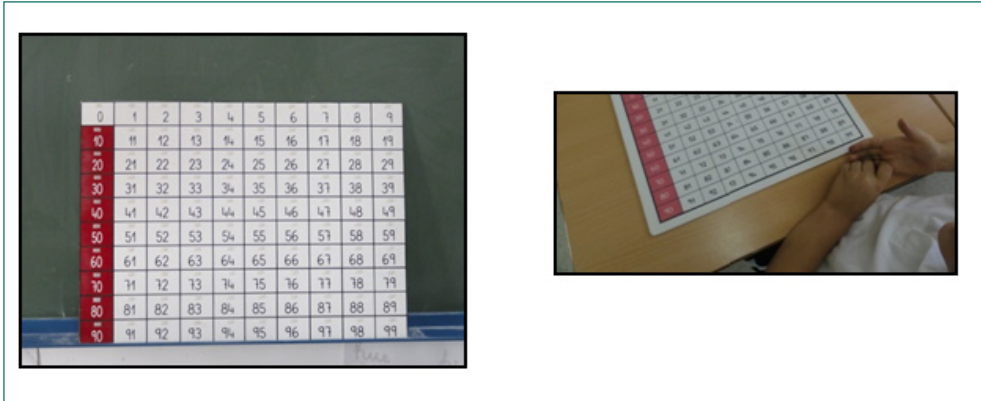


Figura 2. Panel numérico general e individual.

Paneles numéricos grande y pequeño

Los paneles presentan los números del cero al noventa y nueve por familias, lo cual nos permite nuevas posibilidades de análisis y de relación. Uno de ellos es grande y el docente puede utilizarlo como soporte material a sus explicaciones para toda la clase. El otro tiene un tamaño más pequeño y es de uso individual por parte del alumnado.

Las actividades que realizamos con los paneles se alternan y complementan con las que hacemos sobre la cinta y con otros recursos del aula. Esto proporciona al alumnado una mayor flexibilidad en el razonamiento sobre los números, aspecto directamente relacionado con la calidad de su sentido numérico.

La asociación número-espacio en el panel proyecta con mucha fuerza los patrones de nuestro sistema de numeración decimal. A medida que lo vamos conociendo y utilizando en el aula se nos hacen más fáciles las actividades que consisten en descubrir regularidades y definir la relación entre los elementos que pertenecen a la misma fila o a la misma columna. Sobre este “mapa preciso de los números” también haremos muchas sumas y restas trazando caminos horizontales (avanzamos o retrocedemos por las filas) y verticales (subimos o bajamos por múltiplos de diez por las columnas).

Caja de numeración

Se trata de un recurso que facilita al máximo la exploración y la manipulación de los números, favoreciendo una correcta comprensión del Sistema de Numeración Decimal. Es “reversible” y concreto, esto facilita la interiorización de los principios de conservación y reversibilidad en los niños y niñas.

En ella, vamos construyendo los nueve primeros números, después la decena y las cantidades hasta el noventa y nueve. La labor realizada con las decenas abre de manera natural el camino hacia la construcción de la centena. Podemos comprobar la estructura de este nuevo elemento: constituye una unidad dentro del sistema de numeración,



Figura 3. Caja de numeración.

una centena, que a su vez está formada por diez decenas, cada una de las cuales contiene diez unidades. La equivalencia entre los distintos órdenes es visible y constatable con este recurso.

El trabajo con la caja de numeración produce un salto cualitativo en la comprensión del número y de su tamaño, ya que proporciona un modelo concreto y fiel a la realidad visible, que da sentido al uso de los símbolos escritos y a los conceptos relativos al valor posicional.

Debemos relacionar las cantidades en la caja con otros recursos del aula (cinta numérica, panel, reglas, cintas métricas, ábaco, etc.) para trabajar con representaciones intercambiables. Esto nos ayudará a desarrollar gradualmente una mayor flexibilidad en el razonamiento y a conectar con modos de representación que requieren mayor nivel de abstracción (Kilpatrick, Swafford y Findell, 2001).

En lo que respecta al cálculo, la caja de numeración conecta directamente con estrategias por descomposición y facilita la transcripción gráfica que se deriva de la manipulación de las cantidades.

ACTIVIDADES DE AULA BASADAS EN EL USO DE LOS RECURSOS

A continuación se exponen actividades basadas en los recursos cuando presentamos al alumnado el tramo del 50 al 59. Debe entenderse que esta progresión didáctica se desarrolla en el aula con un enfoque activo y participativo que otorga una importancia fundamental a los saberes previos, la reflexión, el diálogo, la cooperación y el clima emocional. También es muy importante tomar conciencia de que la manipulación, aunque imprescindible a estas edades, no es un fin en sí misma, ni sustituye el intenso trabajo que tanto alumnado como profesorado tendrán que realizar para formalizar la experiencia hasta convertirla en conocimiento matemático. En todo este proceso, el docente desarrolla una labor crucial e insustituible como instructor, guía y conductor del grupo, organizador del trabajo y precursor de actitudes y aptitudes encaminadas a un conocimiento en profundidad de los números y a un cálculo reflexivo.



Figura 4. Familia del 50.

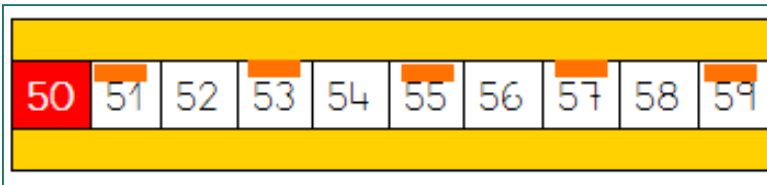


Figura 5.
Números impares
en la familia
del 50.

Presentar una nueva familia de números

Presentamos al alumnado la familia del cincuenta en el panel grande, tapando los demás números con las tiras amarillas (Figura 4). Diremos sus nombres lentamente, pronunciando bien, tomando conciencia de que el primero da nombre a los demás. Recordamos que se escriben con tres palabras y cómo debemos estar atentos a la ortografía. Conversamos sobre si los conocemos, si están en el calendario, si los hemos visto en algún sitio, si significan algo para nosotros... Ponemos ejemplos de estos números en contextos diversos...

Nos fijamos en los símbolos y llamamos la atención sobre lo que tienen en común (el 5) y sobre cómo una vez más se van sucediendo los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Percibimos rasgos especiales: el que es primero, el último, el que tiene las dos cifras iguales,... Recordamos la propiedad de ser par o impar y la aplicamos a los números de esta familia. Observamos la alternancia.

Practicamos este tramo hacia delante y hacia atrás a nivel oral. Llevamos este trabajo a los cuadernos y escribimos estos números con letra y la serie progresiva y regresiva.

Situar la nueva familia en la secuencia completa. Establecer relaciones de orden y cantidad

Localizamos estos números en la cinta (Figura 6) y los señalamos con pinzas. Los volvemos a nombrar hacia delante y hacia atrás.



Figura 6. Familia del 50 situada en la cinta numérica.

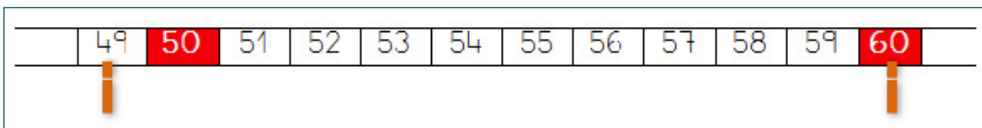


Figura 7. Detalle de la cinta numérica.

Desde la observación de todo el conjunto en la cinta (0 al 100), invitaremos a los niños y niñas a expresar sus percepciones sobre números que están cerca o lejos, muy cerca o muy lejos, de los señalados.

Por ejemplo: “Dime un número que creas que está lejos de esta familia”, “Dime otro que para ti esté muy cerca”, “¿Qué diríais del 13?”, “¿Y del 62?”, “¿Y del 98?”, “¿Alguien sabe un número que no esté en esta cinta?, ¿Estaría cerca o lejos de los que hemos señalado?”...

Aquí se pondrán de manifiesto opiniones subjetivas que tienen que ver con la construcción mental que cada uno está haciendo de la línea numérica, con el conocimiento y la seguridad que tengan al manejar los números, con el valor relativo y la habilidad para considerar simultáneamente varias posiciones.

A continuación analizamos detenidamente la situación de este tramo dentro del conjunto total.

Podemos considerar primero el aspecto ordinal y dirigir la mirada sobre los anteriores al 50 (el docente se mueve en esa dirección) y los posteriores al 59 (ahora se mueve en paralelo a la cinta en la otra dirección). Pedimos que nos digan números en ambos casos. Resaltamos la posición del 49 como el anterior al 50 y del 60 como el posterior al 59 (Figura 7).

Destacando el aspecto cardinal, nos moveremos a lo largo de la cinta recorriendo los números que expresan cantidades menores que 50 y mayores que 59. Nuevamente solicitamos ejemplos y expresamos en la pizarra con los signos $<$ y $>$.

En el trabajo con esta familia debemos otorgar especial importancia al 50 como la mitad de 100, en este momento aprovechamos para recordar que 5 era la mitad de 10 (Figura 9).

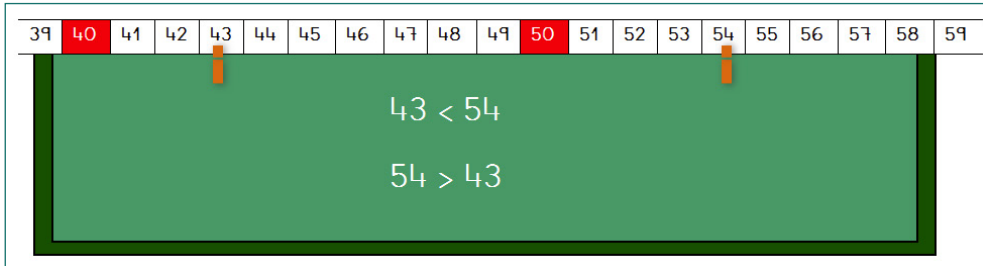


Figura 8. Formalización de ejemplos en la pizarra.



Figura 9. Detalle de la cinta numérica.

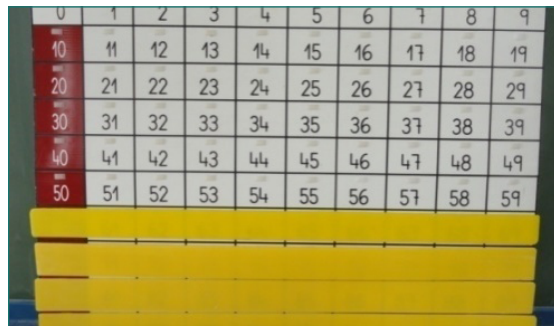


Figura 10. Panel con las familias conocidas al descubierto.

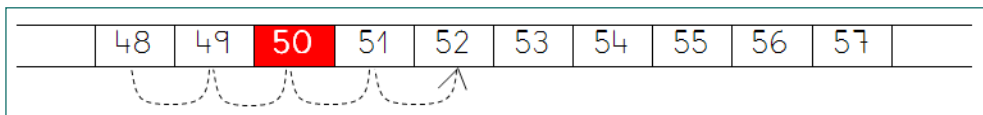


Figura 11. Cambio a la nueva familia en la cinta.

Verbalizamos y aprendemos: “5 y 5, 10”, “50 y 50, 100”.

Llega el momento de conectar la representación lineal de los números en la cinta con la representación fragmentada por familias en el panel. Para ello dejaremos al descubierto las familias que hemos trabajado y compararemos los dos recursos (Figura 10).

Comprobaremos que el orden de los números permanece estable independientemente del soporte elegido para representarlos. En la cinta practicamos el cambio a esta nueva decena (Figura 11).

“Cuarenta y ocho, cuarenta y nueve, cincuenta, cincuenta y uno, cincuenta y dos”

A continuación lo constatamos señalando en el panel (Figura 12).

“Cuarenta y ocho, cuarenta y nueve, cincuenta, cincuenta y uno, cincuenta y dos”

Continuamos comprobando primero en la cinta y después en el panel para recordar la regularidad que ya habíamos visto antes al pasar a otras familias (Figura 13):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59

Figura 12. Cambio a la nueva familia en el panel.

	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29		
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39		
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49		
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59		

Figura 13. Cambio a la decena anterior.

“Treinta y ocho, treinta y nueve, cuarenta, cuarenta y uno, cuarenta y dos”

También es necesario localizar anteriores y posteriores en el panel, especialmente de aquellos números que terminan en cero o en nueve. Los niños y niñas tienen que asimilar perfectamente estas relaciones para avanzar o retroceder por la tabla con total seguridad en situaciones de cálculo.

Este trabajo debe afianzarse con ejercicios en el cuaderno en los que se practiquen destrezas como:

- Localizar anteriores y posteriores.
- Ordenar colecciones de números de menor a mayor y de mayor a menor.
- Escribir números que estén comprendidos entre otros dos.
- Colocar los signos < o > entre dos números para compararlos.

Contar a intervalos regulares

Cada vez que incorporamos un nuevo tramo tenemos que visualizarlo como una ampliación del conjunto de números que ya habíamos aprendido. La cinta nos ayuda en esta tarea de integración al presentar la serie numérica de manera lineal y continua. Sobre ella contaremos

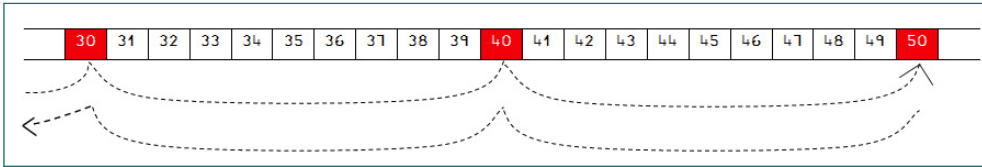


Figura 14. Representación del conteo de 10 en 10.

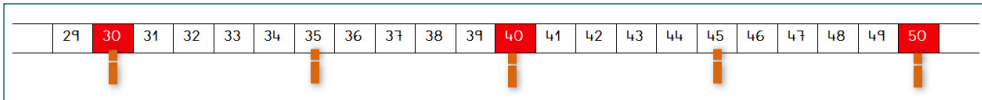


Figura 15. Detalle de la cinta con el conteo de 5 en 5.

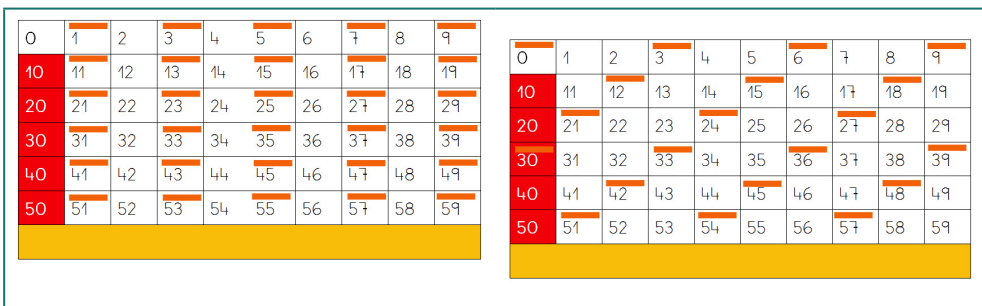


Figura 16. Representación de diferentes conteos a intervalos regulares

desde el 0 al 59, avanzando de uno en uno, y también de uno en uno retrocediendo desde el 59 al 0. El docente irá señalando los números y marcando el ritmo del recitado.

También contaremos saltando “*de rojo en rojo*”, es decir, de diez en diez, señalando y nombrando los números de estas casillas hacia delante: “0, 10, 20, 30, 40, 50” y hacia atrás; “50, 40, 30, 20, 10, 0”(Figura 14).

Igualmente debemos aprender a contar de cinco en cinco. Conviene marcar cada número colocando pinzas: “0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50” (Figura 15).

Los leeremos hacia delante y hacia atrás, lentamente y poniendo atención para interiorizar bien la serie. Nos percataremos del ritmo y de los espacios de este intervalo, de cómo cada número acabado en cinco es equidistante de dos casillas rojas. Practicaremos también señalando de dos en dos y de tres en tres, unas veces empezando en el cero y otras en el uno, sin olvidar la práctica progresiva y regresiva.

En otra sesión, repetiremos la actividad sobre los paneles. El docente irá marcando en el panel grande y el alumnado trabajará en el pequeño de modo individual o por parejas. Es muy interesante comprobar y comentar los “dibujos” que surgen gracias a la disposición de los números en este recurso. Descubrir regularidades y patrones nos ayudará a movernos con seguridad por el preciso “mapa de los números” (Figura 16).

Al terminar cada una de las dos sesiones expuestas (una con la cinta y otra con los paneles), propondremos realizar series de intervalos escritos en el cuaderno. Con estos ejercicios reforzaremos el trabajo realizado sobre ambos recursos.

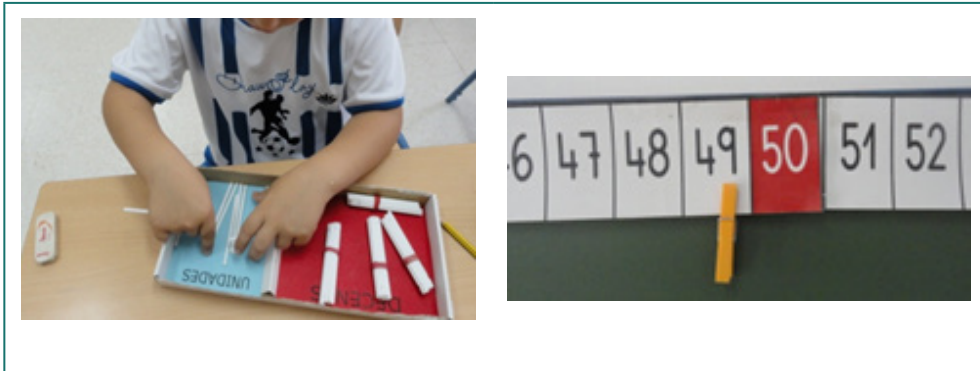


Figura 17. Representación del número 49 en la caja y en la cinta.

Construir números con la estructura del sistema de numeración decimal

Comenzaremos utilizando la caja de numeración. En ella tendremos que disponer 4 decenas y nueve unidades, la última cantidad que habíamos manipulado en la familia anterior. Colocamos las decenas en el lugar correspondiente a medida que contamos: diez, veinte, treinta, cuarenta. Ahora las unidades: cuarenta y uno, cuarenta y dos, ..., cuarenta y nueve. Señalamos este número en la cinta (Figura 17).

Añadimos una unidad más: nueve y uno, diez; ahora hay diez unidades. Las atamos con la gomilla roja y llevamos esta nueva decena con las otras cuatro que ya teníamos. Hemos formado el 50 (Figura 18).

Conectamos la distribución de cantidades en la caja con el símbolo de este número: cinco decenas (5) y ninguna unidad suelta (0). Llamamos la atención sobre que este número tiene cincuenta unidades que están agrupadas en las cinco decenas, y que el cero se debe a que no quedan unidades *sue*ltas.

Seguimos añadiendo palillos uno a uno para formar el 51, 52, 53, ..., 59, verbalizando lo que vemos en la caja y conectando cada vez con los símbolos en la cinta (Figura 19):

Una vez que hemos formado hasta el 59, proponemos “dictados manipulativos” para que los niños y niñas construyan números en la caja, los de esta familia y también de otras familias que ya hemos estudiado. Cada vez que formemos un número, es conveniente decir el nombre a la vez que señalamos en la cinta, así conectaremos tres representaciones: la palabra oída, el símbolo y la cantidad organizada en decenas y unidades.

Para finalizar llevaremos este trabajo al cuaderno en forma de ejercicios en los que volvamos a conectar representaciones, esta vez a nivel gráfico.

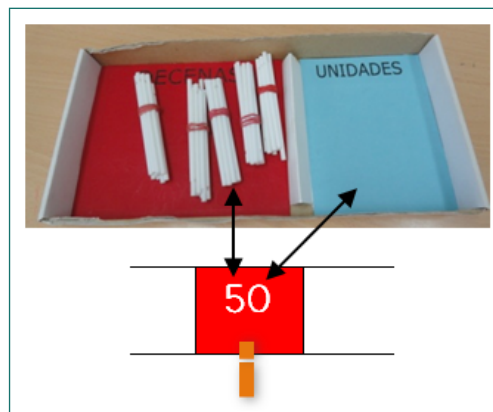


Figura 18. Representación del número 50.

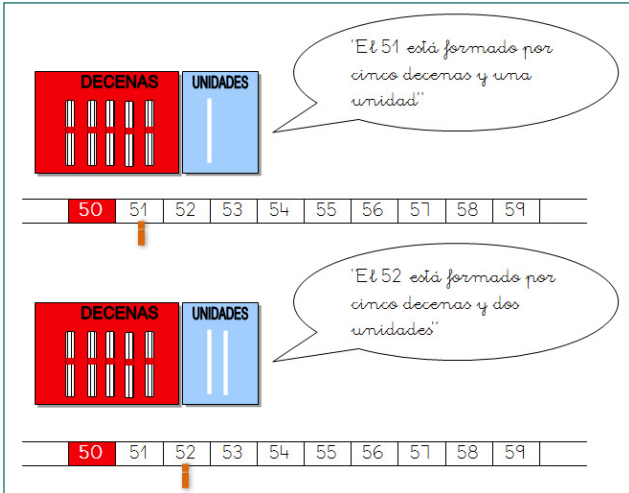


Figura 19. Construcción de los siguientes números de la familia.

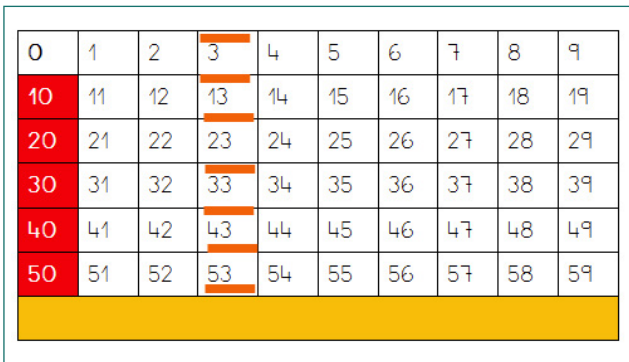


Figura 20. Representación del conteo de 10 en 10.

Afianzar los contenidos que se han trabajado y relacionar conocimientos sobre los números

En el panel grande tendremos a la vista las familias que ya conocemos, incluida la del cincuenta. Realizamos lecturas por filas de manera progresiva y regresiva, de uno en uno, de dos en dos, de tres en tres, etc. A continuación trabajaremos en las columnas. Contamos de diez en diez desde el 1, el 2, el 3,... y marcamos. Leemos los números que resultan, por ejemplo 3, 13, 23, 33, 43 y 53. También desde el 53 hacia arriba de diez en diez: 53, 43, 33, 23, 13, 3 (Figura 20). Constatamos cómo una vez más se mantienen los patrones de nuestro sistema de numeración.

A continuación se pueden desarrollar otras actividades de manera individual o por parejas en los paneles pequeños (Figura 21). Los niños y niñas deberán estar muy atentos para no equivocarse, pues repasaremos y relacionaremos contenidos que ya se han trabajado en otras sesiones. El docente dice la orden, espera un momento para que el alumnado la aplique y marca la respuesta en el panel grande para que todo el grupo pueda corregirse.



Figura 21. Panel individual.

Los siguientes ejemplos pueden dar buena idea del trabajo a realizar:

- Señala...
- El número 52,...
- El anterior a 53,...
- El posterior a 49,...
- Un número que esté entre 48 y 53,...
- Un número que esté entre 50 y 59 y que sea par(o impar),...
- Un número que sea mayor que 35 y menor que 51,...
- Un número que tenga 5 en las decenas y 6 en las unidades,...
- Un número que tenga la misma cifra en decenas y unidades.
- Un número que sea anterior a 80 y que tenga un siete en el lugar de las unidades,...
- Un número con cuatro decenas que sea mayor que veinte,...
- Un número que tenga dos unidades más que el 43,...
- Un número que tenga tres unidades menos que el 59,...
- Un número que tenga cinco decenas más que el 9,...
- Un número que tenga una decena menos que el 51,...

Tomar conciencia de lo que ya sabemos sobre los números

Al trabajar con los recursos vamos avanzando en el conocimiento que tenemos sobre los números: nombre, localización y orden, decenas y unidades que los componen, cómo se relacionan con otros números a través de las operaciones..., pero también es mucho lo que aprendemos cuando recibimos información numérica de otras situaciones y materiales, dentro y fuera de la escuela. Una actividad muy interesante consiste en solicitar a los niños y niñas que expongan todo lo que saben de un número concreto. Aunque al principio parece que tienen poco que decir, pronto se dan cuenta de lo mucho que pueden aportar al conocimiento que surge de la colaboración de todo el grupo. A continuación mostramos algunas respuestas de niños y niñas de 1º a la pregunta ¿Qué sabéis del número cincuenta y siete?

- Que tiene un cinco y un siete.
- Que tiene cinco decenas y siete unidades.
- Que es el anterior a cincuenta y ocho.
- Que es el posterior a cincuenta y seis.
- Que es mayor que veinte y menor que setenta.
- ... (Más comparaciones con otros números)
- Que es cincuenta más siete.
- Que es sesenta menos tres.
- Que si le doy tres llego al sesenta.
- ... (Más operaciones de suma y resta)
- Que es impar.
- Que es un precio de euros.
- Que es casi los años de mi abuelo, pero menos.
- ... (Más asociaciones a magnitudes de peso, longitud, capacidad...)
- Que es el número de una casa.
- Que puede estar en una matrícula de un coche, ...
- ...

¿Qué sabes del número 57?	Tiene 5 decenas y 7 unidades.
Es el anterior al 58.	Es el posterior al 56.
Es impar.	Es menor que el 81.
Es mayor que el 51.	Le faltan 3 unidades para el 60.

Figura 22. Ejemplo de actividad ¿Qué sabes del número 57?

En otras ocasiones se puede plantear la actividad a nivel individual por escrito y después realizar una puesta en común en la que cada uno cuente al grupo lo que sabe sobre ese número. En la figura 22 tenemos un ejemplo.

CONCLUSIONES

Creemos que el uso de los materiales manipulativos de forma ordenada y sistemática en el proceso enseñanza y aprendizaje de las matemáticas provoca enormes beneficios en los primeros años de aprendizaje, en este caso, en el primer curso de Educación Primaria. Por otro lado, tanto el planteamiento como el desarrollo de las actividades que se han expuesto están en consonancia con las orientaciones metodológicas establecidas en el currículo vigente.

Otra cuestión importante observada en los centros escolares que ya trabajan con estos recursos y esta metodología es el cambio de actitud hacia las matemáticas por parte del alumnado. Los niños y niñas adoptan una disposición más favorable al aprendizaje, se hacen más participativos y se muestran más atentos, seguros y motivados.

REFERENCIAS

- Barba, D., & Calvo, C. (2011). Sentido numérico, aritmética mental y algoritmos. In J. E. García & J. L. Álvarez (Eds.), *Elementos y razonamientos en la competencia matemática*.
- Bracho-López, R., Maz-Machado, A., Jiménez-Fanjul, N., & García-Pérez, T. (2011). Formación del profesorado en el uso de materiales manipulativos para el desarrollo del sentido numérico. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 28, 41–60.
- Junta de Andalucía. Orden de 17 de marzo de 2015, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía (2015). España: Boletín de la Junta de Andalucía.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up*. Washington, D. C: National Academy Press.
- Martínez, J. (2008). *Competencias básicas en matemáticas: una nueva práctica*. Madrid: Wolters Kluwer.
- OCDE. (2009). *La comprensión del cerebro. El nacimiento de una ciencia del aprendizaje*. Santiago de Chile: Ediciones UCSH.
- Uttal, D. H., O'Doherty, K., Newland, R., Hand, L. L., & DeLoache, J. (2009). Dual Representation and the Linking of Concrete and Symbolic Representations. *Child Development Perspectives*, 3(3), 156–159.