La revista Epsilon está reseñada en:

IN-RECS, Dialnet y Base de Datos del Centro de Documentación Thales.

epsilon 80

Revista de Educación Matemática

Página de la revista: http://thales.cica.es/epsilon
Revista: epsilon@thales.cica.es

Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales"

Edita
Sociedad Andaluza de
Educación Matemática "Thales"
Centro Documentación "Thales"
Universidad de Cádiz
C.A.S.E.M.
11510 PUERTO REAL (Cádiz)

Maquetación e impresión
Utrerana de Ediciones, s.l.
Cristóbal Colón, 12
41710 Utrera (Sevilla)

Depósito Legal
SE-421-1984

I.S.S.N.
1131-9321

Período
1º cuatrimestre 2012

Suscripción
ESPAÑA: 42,00 euros
PAÍSES DEL EURO: 63,00 euros
RESTO DE PAÍSES: 90 $ USA
(3 NÚMEROS AL AÑO)

ÍNDICE

EDITORIAL

Recientemente se celebraron las segundas Jornadas de Calidad de las Revistas Españolas de Ciencias Sociales CRECS patrocinado por diversas instituciones, entre ellas el FECYT, MEC, etc., en ellas se cuestionaba el número de revistas españolas indicando la poca calidad y escaso impacto de la mayoría de ellas. Desde la revista Epsilon creemos que en ciertos ámbitos son necesarias, en particular cuando el publico al que se dirigen es mayoritariamente profesorado en ejercicio tanto en Primaria como en Secundaria.

Sin embargo, este aspecto no debe hacer olvidar que en efecto hay un número considerable de ellas, y esto tiene repercusiones tangibles en las revistas del profesorado. Al tener poco impacto en términos bibliométricos, estas revistas dejan de ser "interesantes" para los investigadores senior o en formación. De tal forma que los mayores colaboradores con manuscritos para publicar son los propios profesores de la enseñanza obligatoria, lo cuál no es negativo por si mismo, pero al ser tantas las revistas, cada una de ellas recibe menos artículos para su posible publicación.

Ejemplo del alto número de revistas es que en la III Convocatoria de Evaluación de la Calidad Editorial y Científica del FECYT se presentaron 255, de las que tan sólo 35 lograron aprobar la evaluación obteniendo el sello de calidad ISO9001. Pero ninguna de ellas es de Educación Matemática. Estos resultados nos indican que en todas las revistas del área tenemos mucho que mejorar.

La labor de mejora debe ser responsabilidad de todo el colectivo investigador y docente, de los comités editoriales y también de los propios autores. Entre las acciones que deben ponerse en marcha es la citación de los artículos de nuestras revistas y plantear niveles mínimos de calidad. Veamos la actual situación, durante los años 2008, 2009 y 2010 las cinco revistas españolas especificas de Educación Matemática indexadas en IN-RECS (Números, Suma, Epsilon, PNA y UNO) publicaron en total 354 artículos, pero en el año 2010 entre todas solamente recibieron 7 citas, esto es, el 98% de los artículos no reciben ninguna cita. Están próximos a publicarse los datos para el año 2011 y veremos si hay cambios o no.

Estas cifras deben llevarnos a los comités editoriales a reflexionar profundamente sobre la calidad, pertinencia y actualidad exigida a los artículos que publicamos, sin dejar de lado otros aspectos que como la endogamia, ya se hacen palpables a niveles inadmisibles, como revelan los resultados de diversos estudios publicados en revistas científicas (Bracho et al., 2012).

Alexander Maz Machado
Director

Referencias bibliográficas

Bracho-López, R., Maz-Machado, A., Gutiérrez-Arenas, M. P., Torralbo-Rodríguez, M., Jiménez-Fanjul, N. y Adamuz-Povedano, N. (2012). La investigación en Educación Matemática a través de las publicaciones científicas españolas. *Revista Española de Documentación Científica*, 35(2), 262,280.

Épsilon - Revista de Educación Matemática 2012, Vol. 29(1), nº 80, pp. 9-22

LA DIMENSIÓN "DINÁMICA" DEL PROBLEMA DE LA DETERMINACIÓN DE LOS LUGARES GEOMÉTRICOS EN LA GEOMETRÍA

Luis Augusto Campistrous
Universidad Autónoma de Guerrro
Omar Hernández Rodríguez
Departamento de Estudios Graduados,
Universidad de Puerto Rico, Río Piedras
Jorge M. López Fernández
Departamento de Matemática,
Universidad de Puerto Rico, Río Piedras

Resumen: *En este trabajo se trata el tema general de la generación de argumentos plausibles y demostraciones a partir de la simulación y la exploración geométrica que proporcionan programas como "The Geometer's Sketchpad", Cabri y GeoGebra. Se presentan argumentos obtenidos de tal manera para la demostración del Teorema de Euler de los nueve puntos y la descripción de los lugares geométricos de cevianas concurrentes en un triángulo inscrito en una circunferencia, uno de cuyos vértices asume posiciones variables sobre tal circunferencia.*

Nuestro análisis del problema de las cevianas concurrentes parte de una demostración del teorema de Ceva que se presta para la descripción de condiciones necesarias que llevan a lugares geométricos que son imágenes homotéticas de la circunferencia que contiene los vértices del triángulo. Un caso especial es del baricentro de un triángulo inscrito en una circunferencia. Además, se describen los lugares geométricos de otros puntos notables que también son puntos de intersección de cevianas concurrentes de triángulos inscritos en circunferencias pero que no son circunferencias. Entre tales puntos se encuentran el incentro, el ortocentro y el punto de Gergonne.

Palabras clave: *Geometría, Geometría dinámica, Resolución de problemas, Lugares geométricos.*

INTRODUCCIÓN

Todos sabemos que a partir desde la década que se inicia en el 1980, año en que se comienzan a popularizar los programas de exploración geométrica como el "Geometer's Sketchpad" y el Cabrí, la didáctica de la geometría no ha sido la misma. Algunos docentes han sido extremadamente optimistas con las posibilidades de estos programas de exploración geométrica, a los cuales, hoy se suman alrededor de una veintena de otros programas del mismo tipo. Con el transcurrir del tiempo hemos visto que tales programas se emplean de forma más "agresiva" en la didáctica de la Geometría. Entre tales recursos figura de forma prominente, claro está, el programa de nueva generación "GeoGebra".

Es de imaginar que el entusiasmo que hoy día compartimos muchos docentes con las posibilidades didácticas de estos programas, a veces descritos como ejemplos de *ambientes artificiales para la exploración geométrica*, también fue característico de otras tecnologías que en su momento fueron de avanzada, e igualmente prometedoras. Algunas de tales tecnologías son las asociadas a la televisión, y a la producción y reproducción de casetes y discos ópticos, y claro está, la computadora. Muchas de estas tecnologías han desaparecido o se han transformado dramáticamente, y aunque hoy no descartamos del todo las posibilidades didácticas de las tecnologías mencionadas, sí abrigamos, si acaso, esperanzas un tanto más solapadas y conservadoras respecto a sus posibles aplicaciones didácticas.

A pesar de lo que ya se ha planteado, los autores de este escrito opinamos que los programas de exploración geométrica incorporan un elemento didáctico nuevo e importante, que consiste en las posibilidades que ofrecen para que los alumnos puedan proponer conjeturas, afirmaciones y propuestas de demostraciones plausibles aplicables a la descripción de una situación geométrica dada. No hay que olvidar que a tenor con (Polya, 1954), se podría argumentar que este es, a fin de cuentas, el elemento más importante de la creación matemática. Así pues, los programas de exploración geométrica, sin lugar a dudas, agregan una nueva dimensión a la didáctica de la matemática en general y de la geometría en particular. No podemos exagerar la importancia de poder "ver" antes de intentar cimentar y justificar formalmente los argumentos lógicos plausibles y las demostraciones de enunciados geométricos. En tal perspectiva, es posible apreciar mejor las virtudes que tiene una didáctica fundamentada en actividades de exploración, las cuales, de alguna manera, amplían las posibilidades de exploración de la mente humana para descubrir nuevas relaciones matemáticas. Pocos docentes somos capaces de sustraernos de la gran emoción que se siente al observar cómo estudiantes de tercer grado de primaria "descubren" mediante programas de exploración geométrica el teorema de Varignon[1], o cómo los niños proponen resultados propios que enarbolan en las paredes y los tablones de edictos de las aulas (el teorema de Juan, la conjetura de María, etc.).

Sin embargo, el estudio de la geometría no se puede limitar al aspecto "fenomenológico" descrito, consistente en el descubrimiento de patrones observables en los programas de exploración geométrica. La geometría es, al igual que la matemática en general materia de pensamiento, es decir, una disciplina formal y lógica, y la meta del conocimiento geométrico no es ni más ni menos que la justificación última de los resultados geométricos en sistemas formales de deducción lógica. Hemos visto con frecuencia que muchos docentes de la geometría se limitan en ocasiones a esta actividad de "descubrimiento" y raramente la trascienden, siguiéndola con actividades más formales de deducción lógica a modo de justificación de los resultados observados. Creemos que tal práctica desaprovecha la valiosa oportunidad que proporcionan los programas de exploración geométrica para seguir la exploración inicial con demostraciones o argumentos justificantes que parten de la exploración dinámica de situaciones geométricas. Es menester matizar este último comentario señalando que en muchas ocasiones no resulta nada evidente la formulación de argumentos formales a partir del aspecto "dinámico" de las experiencias de exploración aludidas.

A pesar de que muchas de las concepciones geométricas más primitivas y básicas del ser humano están basadas en el movimiento y la cinestesia, no hay una presentación de la geometría que se fundamente o parta de esta sensibilidad básica del ser humano. La formalización de ciertas nociones geométricas básicas, tales como la perspectiva y la paralaxia, debe mucho a nuestro sentido cenestésico. Sin embargo, el estudio tradicional de la geometría es, por decirlo de algún modo, notoriamente "estático". Aún así, es innegable que el advenimiento de los programas de exploración geométrica ha contribuido significativamente a crear un interés renovado por ciertas áreas de la geometría relacionadas con el movimiento de puntos definidos por configuraciones geométricas cambiantes, específicamente los problemas de la determinación de lugares geométricos. El gran reto del docente de la geometría dinámica es, precisamente, el promover el descubrimiento de argumentos justificantes o demostraciones geométricas que sean germanas a las experiencias de exploración fundamentadas en los programas mencionados anteriormente. En otras palabras, la existencia de los programas de simulación geométrica, de algún modo, no sólo han logrado despertar la sensibilidad por este tipo de problema geométrico sino que también han presentado un reto de respetable proporción relativo al empleo de la experiencia misma de simulación geométrica proporcionada por tales programas para generar los elementos primordiales de tales demostraciones lógicas. Algo similar ocurrió con la disciplina matemática del análisis numérico, la cual, sin duda, tiene una historia que se remonta a tiempos anteriores a la aparición de las calculadoras y las computadoras, pero su florecimiento y auge surgió a raíz del advenimiento de tales instrumentos de cálculo, y estos últimos proporcionaron además una fuente prolífica de nuevas ideas y posibilidades para alcanzar aproximaciones numéricas de mayor precisión.

Los autores de este artículo colaboraron durante el primer semestre del año académico 2008-2009 en la Universidad de Puerto Rico en Río Piedras, en la confección y la ejecución de un curso para futuros docentes en el cual se mantuvo el "blog" http://geometrygate.com/, en el cual se puede apreciar en retrospectiva el progreso del curso y algunas de las reflexiones de los alumnos. Como parte del trabajo realizado se comenzó la redacción de ciertos diálogos al estilo "Sócrates-Menón" (realmente, se tiene sólo la mitad de los diálogos, la otra mitad la proporciona el alumno en su mente) para ofrecer argumentos "evidentes" que partían precisamente de las exploraciones realizadas en clase con los programas de exploración mencionados anteriormente, y que terminaban por convertirse en demostraciones formales de resultados centrales de la geometría sintética. En este artículo presentamos una muestra de este esfuerzo. La palabra "conversación" se referirá a cada uno de tales intentos por "llevar" al estudiante de forma natural al descubrimiento de enunciados geométricos. Desde luego, las conversaciones propuestas, en nuestro caso, están basadas en experiencias de simulación geométrica.

Terminamos esta introducción con algunas palabras de advertencia. En la historia de la matemática abundan ejemplos de resultados que se re-descubren en múltiples ocasiones, y la geometría no es excepción a esta regla empírica. La geometría ha sido terreno de exploración para matemáticos y aficionados a matemáticos, de modo que es improbable que algún resultado de los que surgen en los ambientes de exploración geométrica sea uno verdaderamente nuevo. Como comentaba en cierta ocasión Gene Klotz, el afamado director del "Geometry Forum", dada la cantidad inmensa de matemáticos y aficionados que han hecho de la geometría euclídea su pasión de vida, los resultados verdaderamente novedosos son muy improbables en esta disciplina. Sin embargo, hay muchísimos resultados geométricos interesantes que se les escaparon a Euclides y que no figuran, por tanto, en los trece volúmenes de *Los Elementos*. El conocido y lúcido escrito (Coxeter y Greitzer, 1967) trata precisamente de esos resultados que no figuran en los trece volúmenes de la magna obra de Euclides. La gran abundancia de los teoremas geométricos post-euclídeos, como el Teorema de Ceva (Weisstein, nd; Campistrous,. López y Velázquez, 2003), o el Teorema sobre la circunferencia de Euler (o de Feuerbach) y la línea de Euler (Weisstein, nd) fueron resultados de observaciones más agudas de matemáticos que vivieron con posterioridad a Euclides y quienes alcanzaron a ver con renovada perspicacia figuras examinadas en múltiples ocasiones por geómetras de épocas anteriores. Así pues, a pesar de la sabia advertencia de Klotz sobre la naturaleza de lo "novedoso" en la geometría, debemos admitir que la sorpresa siempre es posible. En este artículo relataremos algunas de las "sorpresas" recibidas en el curso mencionado anteriormente. Presentamos, a modo de ejemplo, un par de "conversaciones encaminadas a culminar una exploración sobre la circunferencia de los nueve puntos y luego discutiremos algunos problemas relativos a ciertos lugares geométricos de algunos puntos notables del triángulo que con menos frecuencia se ven en los textos de geometría actuales.

LA CIRCUNFERENCIA DE LOS NUEVE PUNTOS

Las tres conversaciones que siguen están encaminadas a descubrir la existencia una circunferencia muy especial, la cual se asocia a un triángulo arbitrario y que se conoce como la *circunferencia de los nueve puntos*[2].

En la Figura 1 se muestra el una gráfica producto de la exploración con el programa "The Geometer's Sketchpad". En tal figura se puede observar un triángulo ABC inscrito en una circunferencia con centro O. Los puntos A', B' y C' son los puntos medios de los lados opuestos a los vértices A, B y C respectivamente. La circunferencia con centro C circunscribe al triángulo medial (el cual no se ha dibujado) con vértices A', B' y C'. En la Figura también se ha construido el triángulo con centro C' y a través de los puntos A y B, es decir una circunferencia cuyo diámetro es AB y cuyo centro es el punto medio C' de AB. Las intersecciones de la circunferencia C' con la circunferencia C son los puntos B'' y A'', y como AB es un diámetro, es fácil ver que B'' es el pie de la altura del triángulo ABC desde B y que A'' es el pie de la altura del triángulo ABC desde A (siendo los

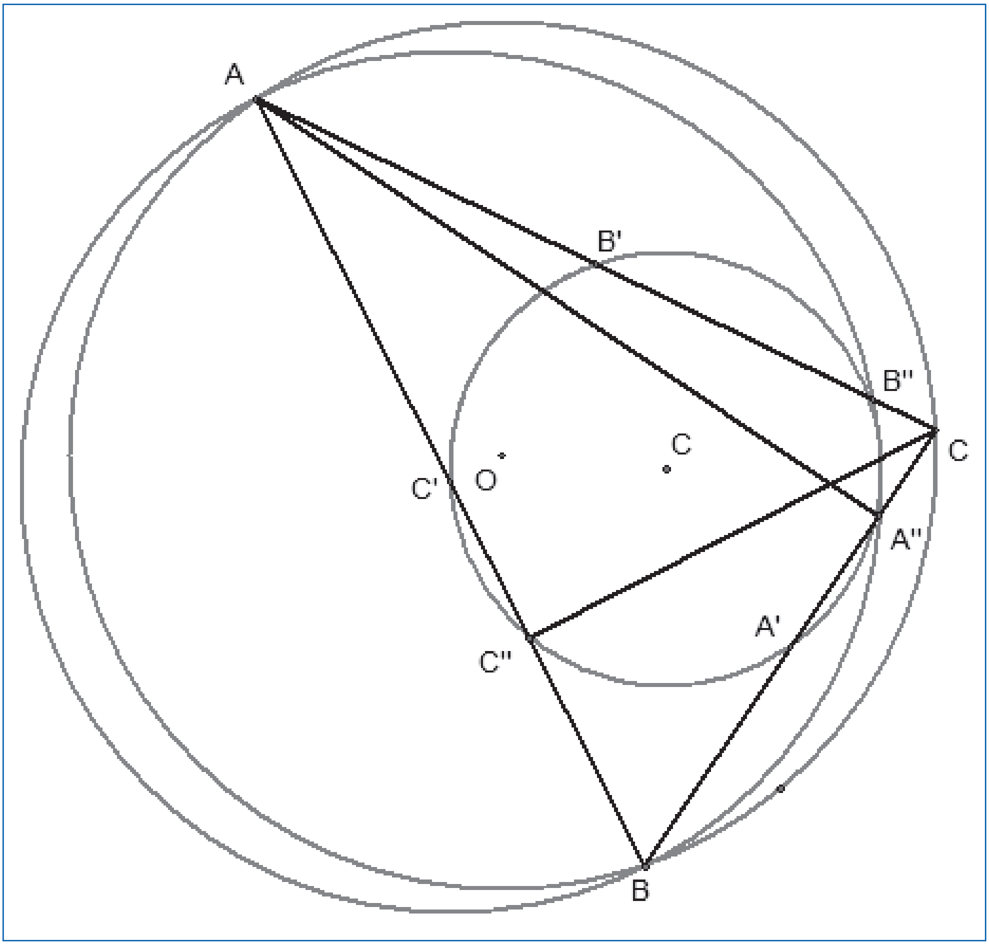


Figura 1.

vértices de ángulos inscritos en semicircunferencias). Desplazando el punto A a lo largo de la circunferencia original O se aprecia que los puntos medios A', B' y C' de los lados del triángulo original y los pies de las alturas A'' y B'' y todos pertenecen a la circunferencia C.

La simulación descrita motiva un razonamiento muy claro que puede convertirse en una demostración muy clara y relativamente sencilla del Teorema de la circunferencia de los nueve puntos. A continuación desglosamos el argumento en dos "conversaciones" relacionadas, ambas inspiradas por la exploración descrita:

Conversación 1

Sean A, B y C puntos no alineados. ¿Porqué la bisectrices perpendiculares de los segmentos AB y BC tienen necesariamente un punto de intersección, digamos O? ¿Por qué la circunferencia con centro O a través de uno de los tres puntos A, B o C tiene que contener a los otros dos? Explica por qué la circunferencia O es la circunferencia circunscrita del triángulo ABC y argumenta cómo se puede concluir además que la circunferencia obtenida es única (Si hubiese otra, ¿cuál sería su centro? ¿Cuál sería su radio? Por qué puedes concluir también que los tres puntos medios de los lados de un triángulo pertenecen a una misma circunferencia y que lo mismo es cierto para los tres pies de las alturas de un triángulo cualquiera. Nota, dicho sea de paso, que el pie de una altura de un triángulo arbitrario podría estar ubicado en el exterior del triángulo, es decir, en la extensión del lado opuesto al vértice desde donde se traza la altura.

Conversación 2

Considera un triángulo ABC y cualquier circunferencia con diámetro AB como en la Figura 2. Nota que a la izquierda de la figura aparece un triángulo acutángulo (todos sus ángulos son agudos) y a la derecha se puede apreciar el caso de un triángulo obtusángulo, es decir, un triángulo que posee un ángulo obtuso (el ángulo B); nota, además, que en este último caso hemos extendido el lado BC de modo que corte la circunferencia dada. ¿Por qué el ángulo AEB y el ángulo BDA son rectos? ¿Que puedes concluir sobre los pies de las alturas desde los vértices A y B del triángulo?

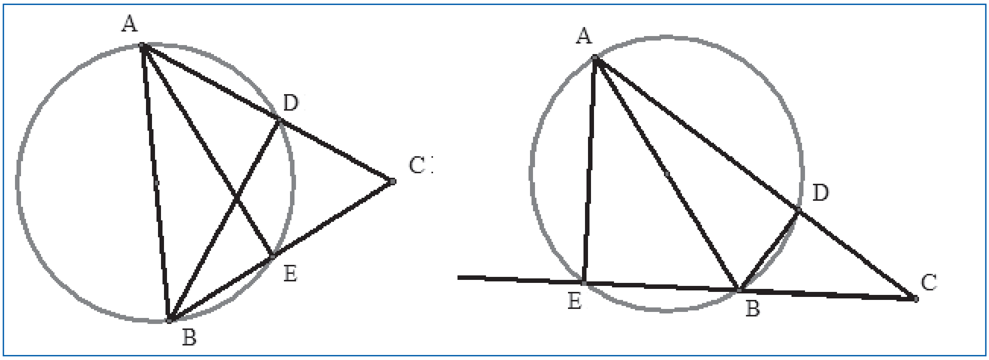


Figura 2.

Completa la siguiente

Proposición: *Si el lado AB del triángulo ABC es el diámetro de una circunferencia, entonces los pies de las alturas del triángulo desde los vértices A y B quedan en la circunferencia... .*

Conversación 3 [Circunferencia de los nueve puntos]

El triángulo ABC con los puntos medios de los lados opuestos a los vértices, A, B y C rotulados como A', B' y C' respectivamente; véase la Figura 3.

El segmento AF es la altura desde el vértice A. Explica por qué existe una circunferencia con centro C' que contiene los puntos A y B. Observando que F es el pie de una altura desde A, emplea la Conversación 2 para concluir que los puntos A, B y F están en

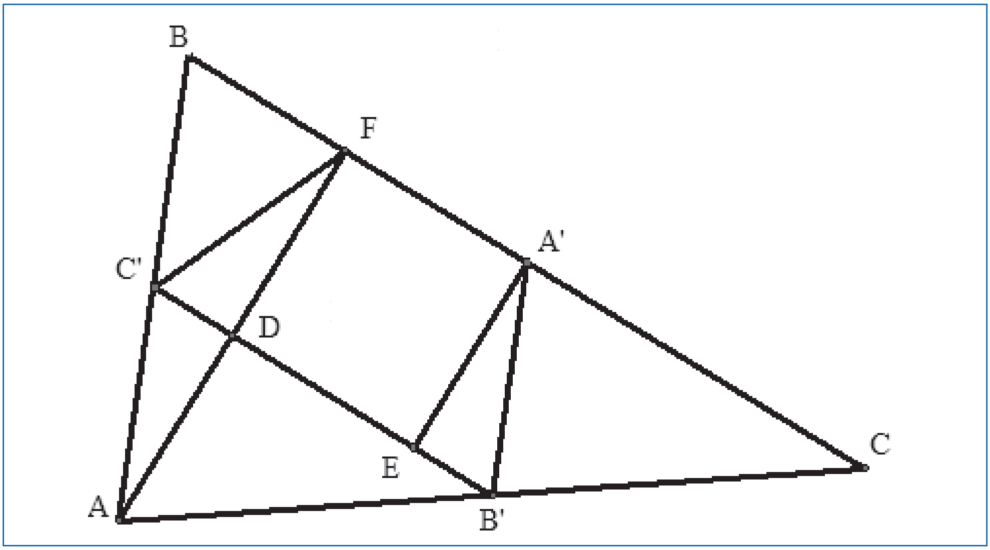


Figura 3.

una misma circunferencia, al igual que el pie de la altura desde B (la cual no se ha dibujado). Nota que A'B' es un segmento medial (es decir, que une los puntos medios de dos de los lados del triángulo) del triángulo ABC. ¿Cómo puedes concluir de este dato que AC', C'B, CF y B'A' son todos congruentes a cualquier radio de la circunferencia mencionada? Desde A' traza un segmento A'E perpendicular al segmento medial C'B' y explica por qué los triángulos DFC' y EA'B' son congruentes. ¿Por qué son los ángulos FC'D y C'FD complementarios? ¿Por qué también lo son los ángulos EB'A' y B'A'E? ¿Por qué son los ángulos DC'F y B'A'F suplementarios al igual que los ángulos C'B'A' y C'FA'? Por qué sabemos entonces que el cuadrilátero (en efecto, el trapecio) C'FA'B' es cíclico[3] *y que hay una circunferencia que contiene los puntos medios de los lados del triángulo ABC así como el pie de la altura de triángulo desde el vértice A. Repite el argumento con las otras alturas del triángulo y concluye que los pies de las tres alturas del triángulo desde los vértices A, B y C están en la circunferencia que contiene a los puntos medios A', B' y C'. Así pues, los puntos medios de los lados de un triángulo ABC así como los pies de las alturas del mismo triángulo son puntos de una misma circunferencia (que podríamos llamar la circunferencia de los seis puntos).*

Para el resto de la conversación emplearemos la Figura 4

En el triángulo ABC se ha construido el ortocentro O. Los puntos D, E y F son los pies de las alturas desde C, A y B respectivamente, y D', E' y F' son los puntos medios de los segmentos desde los vértices C, A y B hasta el ortocentro O respectivamente. Considera ahora el triángulo AOC. ¿Cuales son los puntos medios de los lados del triángulo AOC? ¿Cuáles son los pies de sus tres alturas? Concluye que los puntos E', D', B', D, E y F están todos en una misma circunferencia. Explica por qué esa circunferencia también contiene a los puntos A' y C'. Aplicando el mismo argumento al triángulo COB concluye que esta circunferencia también contiene a D'. Concluye entonces que hay una

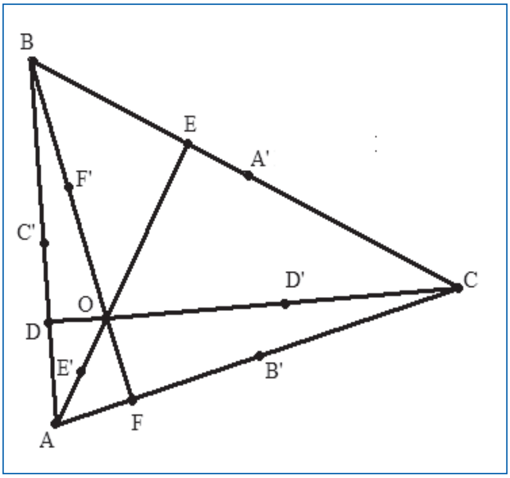


Figura 4.

circunferencia que contiene los nueve puntos A', B', C', D, E, F, D', E' y F'. Enuncia este resultado en la forma de un teorema.

Cevianas concurrentes de un triángulo

En (Campistrous y López, 2001) se presenta una exploración interesante relativa al lugar geométrico del incentro de un triángulo inscrito en una circunferencia. Suponga que se tiene un triangulo *ABC* inscrito en una circunferencia *O* como se muestra en la Figura 5, y que la cuerda *AB* de la circunferencia *O* permanece fija mientras el punto *C* está libre para moverse a lo largo de la circunferencia.

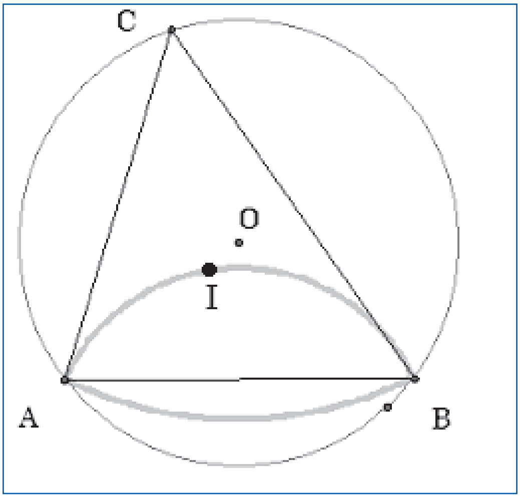


Figura 5.

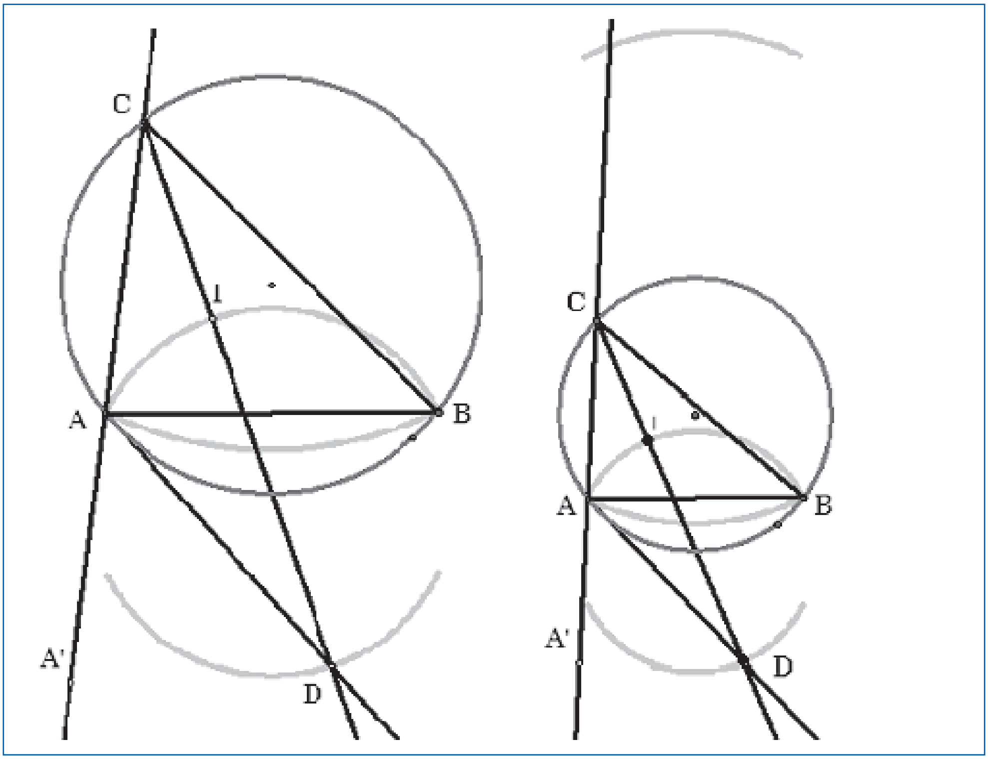


Figura 6.

Construimos el incentro *I* del triángulo *ABC* y nos preguntamos cuál es el lugar geométrico de I cuando *C* se mueve a lo largo de la circunferencia *O*. Empleando cualquier programa de exploración geométrica capaz de representar lugares geométricos (como el "SketchPad" o el GeoGebra), se obtiene un gráfico como el de la Figura 5, en el que se muestra el lugar geométrico del incentro *I* para posiciones arbitrarias del punto *C* en la circunferencia *O*. Como se observa, en el gráfico de la izquierda de la Figura 6, el lugar geométrico es una figura cerrada y puntiaguda, que se asemeja a los arcos de dos circunferencias distintas unidos en sus extremos. Luego de una buena dosis de exploración, los alumnos pasan a construir el excentro del triángulo *ABC* opuesto a *C*, el cual se define como la intersección de las bisectrices angulares de los ángulos externos del triángulo *ABC*, obtenidos en *A* y en *B* mediante la prolongación de los lados *CA* y *CB* del triángulo *ABC* en *A* y *C* respectivamente.

Si se traza el lugar geométrico del incentro y de este excentro, se obtiene el gráfico de la derecha de la Figura 6; en este último caso hemos cambiado la escala de la figura para poder apreciar las partes de la circunferencia de menor curvatura. El resto de la exploración es ahora evidente. Parecería que el lugar geométrico del incentro del triángulo *ABC* y del excentro opuesto a *C* del mismo triángulo consiste de los puntos de dos circunferencias que quedan entre las dos rectas perpendiculares al segmento AB en los puntos A y B. Si completamos la exploración veremos que el lugar geométrico del excentro del triángulo ABC opuesto al vértice A nos habrá de proporcionar los puntos de las dos circunferencias aludidas anteriormente que quedan en el lado opuesto al vértice A y a la derecha de la recta perpendicular al segmento AB en el punto B. Una conjetura similar puede formularse respecto al lugar geométrico del excentro opuesto a B y las circunferencias mencionadas. Dejaremos al lector interesado los detalles de esta interesante exploración.

No es muy difícil conjeturar la naturaleza de las dos circunferencias que parecen describir la unión de los lugares geométricos del incentro y de los excentros de un triángulo inscrito en una circunferencia, uno de cuyos vértices asume posiciones arbitrarias en la misma. En efecto, si construimos la bisectriz perpendicular del segmento AB, el mismo corta la circunferencia O en dos puntos P y Q, los cuales llamaremos los *puntos nodales* de la circunferencia O; véase la

En el gráfico de la izquierda de la Figura 6 hemos trazado, además, el segmento CP extendiéndolo en P hasta que interseca en el punto G a la circunferencia con centro P que pasa a través de los puntos A y B y el segmento AF extendiéndolo en F para que interseque la circunferencia original en D y la circunferencia Q en E. Demostraremos el siguiente

1. Teorema: El punto F es el incentro del triángulo ABC, el punto G es el excentro del triángulo ABC opuesto al vértice C y el punto E es el excentro del triángulo ABC opuesto al vértice A.

Antes de demostrar el Teorema 1 presentamos algunos comentarios

a) Si trazamos el segmento BF y lo extendemos en F para intersecar la circunferencia Q, obtendremos en tal punto de intersección el excentro del triángulo ABC opuesto a B. No lo hemos hecho para no complicar innecesariamente la Figura 7.

b) Si el vértice C del triángulo ABC se ubicase en el semiplano de la recta AB que contiene al punto nodal P, entonces los roles de las circunferencias P y Q se intercambiarán en los argumentos. Presentaremos la demostración del Teorema 1 suponiendo que el punto C está donde se muestra en la figura (es decir, en el semiplano determinado por AB en el que se encuentra el punto nodal Q).

c) Una vez demostrado el Teorema 1. Podremos entonces concluir que la unión de los lugares geométricos de los incentros y los excentros de un triángulo ABC inscrito en una circunferencia O cuando el vértice C ocupa posiciones arbitrarias de la circunferencia, es la unión de las dos circunferencias cuyos centros son los puntos nodales P y Q y que contienen los puntos A y B[4]. Claramente, dada una posición del vértice C del triángulo ABC inscrito en la circunferencia O, todos los puntos y segmentos definidos en la Figura 6 quedan determinados, de manera que por el Teorema 1, el incentro y los excentros del triángulo ABC quedan en una de las dos circunferencias nodales. Inversamente, si se toma un punto cualquiera en una de las circunferencias modales, es fácil ver que el punto define una posición única del vértice C de manera que el punto es uno del incentro o los excentros del triángulo.

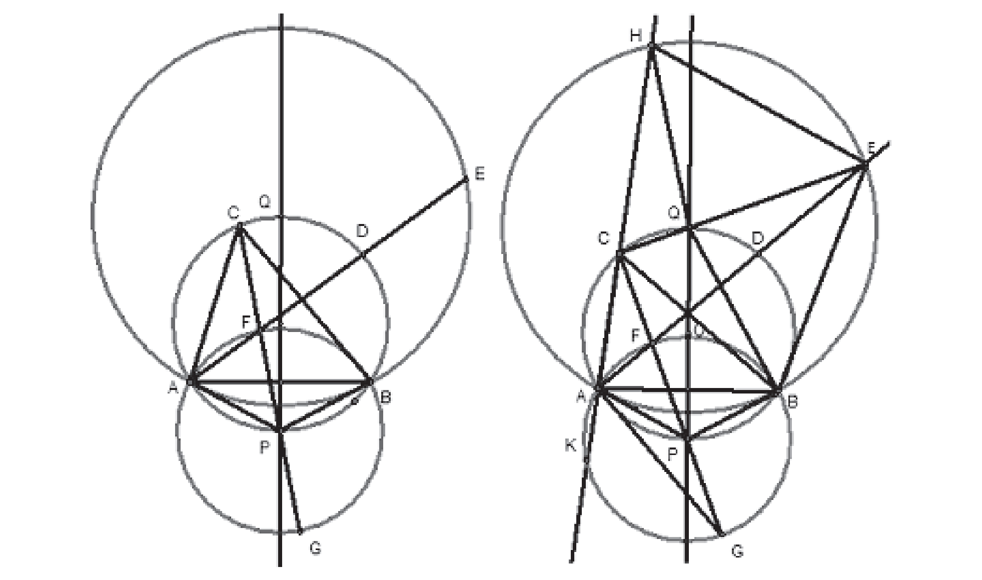


Figura 7.

En la discusión que sigue emplearemos el gráfico de la derecha en la Figura 7 el cual contiene algunos segmentos y puntos auxiliares que no se incluyen en el gráfico de la izquierda de la misma figura, el cual ya se ha explicado. Resumiendo, tenemos una circunferencia *O* con una cuerda *AB* como se muestra. El punto C en la circunferencia conforma un triángulo inscrito en *O*, el triángulo *ABC*. Los puntos nodales *P* y *Q*, hemos visto, se definen como la intersección de la recta perpendicular al segmento *AB* con la circunferencia O. Se han trazado las circunferencias con centros *Q* y *P* a través de *A*. Note que estas circunferencias también contienen al punto *B* ya que *P* y *Q*, por estar en la bisectriz perpendicular de *AB*, equidistan de los puntos *A* y *B*. Suponemos que el punto *C* está en el mismo lado (semiplano) de *AB* que *Q*; el argumento en el caso que *C* quedase en el lado opuesto, es decir en el mismo semiplano de *AB* que *P*, se trata de manera totalmente análoga.

El segmento *CP* que interseca la circunferencia *P* en *F* se extiende en *P* para intersecar la circunferencia *P* en *G*, en el lado opuesto de donde se encuentra *F* respecto a la recta *AB*. Se construye el segmento *AF* y se extiende en *F* de manera que corta la circunferencia *O* en *D* y la circunferencia *Q* en *E*, como se muestra. Finalmente, para manejar los ángulos externos del triángulo *ABC* en *A* y en *C*, extendemos el lado *AC* en ambos lados para intersecar la circunferencia *Q* en *H* y la circunferencia *O* en *K* como se muestra. Demostraremos:

i. *CF* es la bisectriz del ángulo *C* del triángulo *ABC*;

ii. *AG* es la bisectriz del ángulo externo del triángulo *ABC* en *A* desde *C*, de modo que *G* es el excentro del triángulo *ABC* opuesto a *C*;

iii. *E* es el excentro del triángulo *ABC* opuesto al punto *A*.

Como los arcos *AP* y *PB* son congruentes ya que subtienden cuerdas congruentes (*AP* y *PB*), vemos que los ángulos *ACP*, *PCB*, *PAB* y *PBA* son todos congruentes y tienen una medida común, digamos *b*. Esta observación, dicho sea de paso, demuestra i. Si el ángulo *DAB* mide *c*, como *PF* y *PA* son radios de la circunferencia P, el ángulo *AFP* mide b+c, al igual que el ángulo opuesto por el vértice *CFD*. Por lo tanto la suma de los ángulos internos del triángulo *AFC* en sus vértices *A* y *C* es *b+c*, la medida de su ángulo externo *CFD*. Como el ángulo *ACP* mide *b*, está claro que el ángulo *CAD* mide *c*, de manera que *AD* (o *AE*) biseca el ángulo *CAB*. Como *FAG* es un ángulo recto (ya que subtiende un diámetro de la circunferencia *P*), vemos que el ángulo *PAG* mide *90-b-c*. Además, como *CAK* es un ángulo rectilíneo, vemos que el ángulo *KAG* mide *90-c*. Por lo tanto el ángulo *BAG* mide *b+(90-b-c)=90-c*, de manera que *AG* biseca el ángulo externo *KAB* del triángulo *ABC*, lo cual completa la demostración de ii y muestra que *G* es el excentro opuesto a *C* del triángulo *ABC*.

Finalmente, como *QH*, *QE* y *QB* son radios de la circunferencia *Q*, estos segmentos son congruentes. Recordando que el segmento *AE* biseca al ángulo *A* del triángulo *ABC*, vemos los arcos *HE* y *EB* son congruentes, ya que los ángulos *HAE* y *EAB*, inscritos en la circunferencia *Q*, son congruentes. Las cuerdas sustendidas por estos arcos, *HE* y *EB* son también congruentes y los triángulos *HQE* y *EQB* son a su vez congruentes. Por lo tanto los ángulos *EQH* y *BQE* son congruentes y lo mismo ocurre con los ángulos *HQC* y *BQC*. Como hemos visto que *QH* y *QB* son congruentes, los triángulos *CQH* y *CQB* son congruentes, de manera que los ángulos *HCQ* y *BCQ* son congruentes. Esto muestra que CE es la bisectriz del ángulo externo BCH del triángulo ABC, de suerte que E es el excentro del triángulo ABC opuesto a A. Con este argumento se completa la demostración del iii y del Teorema 1.

CONCLUSIÓN

En su escrito, Polya (1954) muestra el rol que juega el pensamiento plausible y el acto de proponer conjeturas en la creación matemática. Polya emplea la frase “deus ex machina” (frase latina que significa literalmente “dios surgido de la máquina “) para referirse a argumentos matemáticos que surgen de recursos en nada relacionados con la lógica del problema bajo consideración. La frase parece provenir de algunas representaciones del teatro griego antiguo en las que se requería que una “máquina” (grúa) trajera a una deidad al escenario para resolver alguna situación problemática entre los protagonistas de la obra teatral.

En la matemática, Polya emplea la frase para referirse a elementos ajenos que podrían introducirse en un problema matemático para resolverlo de manera poco evidente y oscura, al menos, sin que el método de solución guarde relación directa con las consideraciones que el problema despierta en nuestra mente. Los matemáticos y los estudiantes serios de la matemática sentimos pavor los argumentos *deus ex machina*, ya que ellos en poco contribuyen a la comprensión de una materia por un estudiante que está tratando de aprender. En Polya (1954, p. 146]) se presenta un argumento con un ejemplo del recurso lógico del que hablamos. El fin del discurso matemático es alcanzar una exposición en la que todos los razonamientos sean "naturales" y que surjan de consideraciones, a priori, germanas con el problema bajo consideración. De acuerdo a Polya (1954), los argumentos *deus ex machina* que con frecuencia se observan en las demostraciones formales de enunciados matemáticos parecen, de alguna manera, oponerse al desarrollo de argumentos plausibles en el estudio de la matemática, los cuales, sin duda, son extremadamente útiles en la didáctica de esta materia. Haciendo una reflexión retrospectiva sobre nuestro curso de geometría dinámica (el cual mencionamos al comienzo del artículo), podemos afirmar que hemos puesto todo nuestro empeño en promover en los alumnos el desarrollo de argumentos, de alguna manera germanos, a la exploraciones realizadas para sustentar conjeturas descubiertas mediante el empleo de programas de exploración geométrica.

En este escrito el lector podrá juzgar con estos dos ejemplos sencillos que siguen y el ejemplo del la circunferencia de Feuerbach ya discutido, si de alguna manera hemos tenido éxito en nuestro empeño. Si embargo, a nuestro juicio, es casi imposible exagerar el estímulo que tales programas suponen para desarrollar en los alumnos la creatividad y la búsqueda del enunciado plausible que describe adecuadamente una situación geométrica.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Campistrous, L. A., López, J. M. y Velázquez, W. (2003). *La heurística en la enseñanza de la geometría: el teorema de Ceva*. *Epsilon,* Nº 55., 77-92

Campistrous, L. A. y López, J. M. (2001). *La calculadora como una herramienta heurística*. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas,* (28), 84-99.

Coxeter, H. S. M. y Greitzer, S. L. (1967). *Geometry Revisited.* Washington, DC: MAA

Polya, G. (1957). *How to solve it.* Garden City, NY: Doubleday..

Polya, G. (1054). *Mathematics and Plausible Reasoning.* Vols. I and II. New Jersey: Princeton University Press,

Weisstein, Eric W. (n. d.) "Varignon's Theorem." From MathWorld-A Wolfram Web Resource. http://mathworld.wolfram.com/VarignonsTheorem.html

Weisstein, Eric W. (n. d.) "Nine-Point Circle." From MathWorld-A Wolfram Web Resource. http://mathworld.wolfram.com/Nine-PointCircle.html

Weisstein, Eric W. "Ceva's Theorem." From MathWorld-A Wolfram Web Resource. http://mathworld.wolfram.com/CevasTheorem.html

NOTAS

1. El teorema de Varignon asevera que si se unen en forma cíclida los puntos medios de los lados de un cuadrilátero convexo se obtiene un paralelogramo; véase [Coxeter y Greitzer, 1967, Quadrangles; Varignon's Theorem." §3.1].
2. También conocida como la circunferencia de Euler o de Feuerbach.

3. Es decir, los ángulos opuestos de cuadrilátero son suplementarios y de acuerdo a una conversación previa del curso, todo cuadrilátero cíclico se puede inscribir en alguna circunferencia.
4. Estrictamente hablando, el lugar geométrico no existe cuando el vértice C coincide con uno de los puntos A o B ya que el triángulo es ABC uno degenerado.

ANÁLISIS DEL CONCEPTO NÚMERO EN LOS LIBROS DE TEXTO DEL 2º CICLO DE EDUCACIÓN INFANTIL DURANTE LA LEY ORGÁNICA DE ORDENACIÓN GENERAL DEL SISTEMA EDUCATIVO (LOGSE)

María Salgado Somoza y María Jesús Salinas Portugal
Universidad de Santiago de Compostela

Resumen: *En Educación Infantil durante la Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, de ordenación general del sistema educativo (LOGSE) estuvo presente el número.. En muchas aulas su tratamiento fue a través de libros de texto, hecho que justifica la importancia de los mismos en el análisis de dicho concepto durante el vigor de esta ley. El objetivo de este estudio es analizar las actividades referidas al número que proponen los libros de texto durante la LOGSE, para ello seleccionamos tres editoriales, diseñamos un instrumento de análisis y posteriormente evaluamos las tareas referidas al número.*

Palabras clave: *número, libros de texto, Educación Infantil, LOGSE*

Abstract: *In Early Childhood Education for the Law 1/1990 of 3 October, the general organization of the education system (LOGSE) was present number. In many classrooms across treatment was textbook, a fact that justifies their importance in the analysis of this concept for the force of this law. The aim of this study is to analyze the activities relating to the proposed number of textbooks during the LOGSE, for this we selected three editorials, we designed an analytical tool and then evaluate the tasks relating to the number.*

Keywords: *number, text books, Early Childhood Education, LOGSE*

INTRODUCCIÓN

La construcción de conocimientos matemáticos, y en particular la del, *número*, fue y es de suma importancia en la Educación Infantil ya que sienta las bases y estructuras de posteriores conocimientos.

Los maestros de Educación Infantil son los que a partir de su práctica educativa determinan la mayor parte de los procesos de aprendizaje y, en muchas ocasiones, los procedimientos que se siguen son los que exponen los libros de texto. La preocupación didáctica de los libros de texto fue hasta hace pocos años técnica, se centraba en aspectos formales y estructurales como son entre otros diseño, formato, tipo de letra e ilustraciones. Hoy en día la preocupación es otra, ya que los materiales curriculares, entre los que se incluyen los libros de texto, se consideran el eje de las acciones pedagógicas que se llevan a cabo en las aulas (Martínez Bonafé, 1995). Es pues un importante instrumento de recogida de información ya que proporciona muchos datos, entre otros están: objetivos, contenidos, consecución de los mismos, metodología y actividades.

El punto de partida en la enseñanza de las matemáticas "es tener claro que lo que el niño necesita son oportunidades para aprender y descubrir aspectos matemáticos de la realidad por si mismo" (Alsina, Aymerich y Barba, 2008: 15) y el fin debe ser enseñar a pensar. En la realidad esto no sucede y muchos profesores afirman que "no se piensa y que se pierde mucho tiempo en rellenar ejercicios de libros vacíos de actividad rentable, con el único fin de entregar a los padres carpetas llenas de fichas o cuadernos repletos de números" (Fernández, 2007: 11).

En este estudio se analiza el número en los libros de texto de Educación Infantil durante la LOGSE a través de las actividades que proponen. Para dicho estudio hemos partido de las siguientes preguntas de investigación:

¿La incidencia de actividades referidas al número es suficiente y adecuada?

¿Se tratan los contenidos explícitos en el currículo relacionados con el número?

¿Las actividades están basadas en los principios propuestos en el currículo?

¿Qué tipos de conocimientos y aprendizajes promueven las actividades planteadas?

MATEMÁTICAS EN INFANTIL

Las matemáticas dentro del currículo (LOGSE) de infantil no se consideran memorización de hechos y ejercitación de destrezas, sino que se incluyen en el medio cultural, en los intereses y la afectividad del niño, integrando las estructuras conceptuales con procedimientos y estrategias que favorezcan la creatividad, intuición y pensamiento divergente de lo alumnos. Por eso, se deben presentar a los alumnos/as en el aula "como una asignatura de la que se disfruta al mismo tiempo que se hace uso de ella" (Cockcroft, 1985, p. 82).

En el informe Cockcroft se pone de manifiesto la dificultad de enseñar y aprender matemáticas, dando como razón de más peso la jerarquización de la materia. Esta jerarquización no significa que sea necesario en el estudio de los temas un orden, "sino que la posibilidad de pasar de uno a otro depende con frecuencia de una buena comprensión de las cuestiones anteriores" (Cockcroft, 1985, p 83).

Además el docente debe tener en cuenta que el ser humano construye a partir de una aptitud receptiva y que va elaborando esquemas de conocimiento, donde los elementos mantienen entre sí numerosas y complejas relaciones, resultando los aprendizajes significativos como una adquisición globalizada en la medida en que la nueva información se relaciona de manera substantiva y no arbitraria con lo que el niño ya sabe y en la medida del interés que demuestre ante el aprendizaje que se le proponga.

El *"*dejar hacer" que destaca el currículo de infantil está vinculado a los contenidos procedimentales "saber hacer", los cuales hacen referencia a una forma de actuar, ordenada y orientada a la consecución de una meta, es decir, a una forma de resolver problema para llegar a un objetivo o adquirir nuevos aprendizajes (Coll, Pozo, Sarabia y Valls, 1992). Por ello, se puede afirmar que el currículo asocia el logro de la competencia matemática al aprendizaje de los contenidos procedimentales.

ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL NÚMERO

El concepto de *número* es muy difícil de definir, es tan abstracto como usual en el entorno. Todos los seres humanos lo utilizan diariamente cuando cuentan, leen y escriben números; cuando realizan cálculos y cuando razonan con números (Baroody, 1997).

La mayor parte de los adultos consideran el conocimiento y uso de los primeros números como algo sencillo y obvio (Dickson, 1991). Sin embargo su construcción y aprendizaje es más laboriosa de lo que la sociedad cree; se adquieren de forma temprana, por lo que en ocasiones surgen dificultades y de ahí que sea importante una intervención a tiempo para que no existan errores conceptuales que puedan persistir en la edad adulta (Salinas, 2003). Los niños y niñas de infantil a menudo recitan números, aunque no comprendan plenamente su representación y las relaciones que se establecen entre ellos (Orton, 1990).

Con respecto a la construcción del número Kamii (1986) manifiesta que el número no es de naturaleza empírica; el niño lo construye mediante la abstracción reflexionante a partir de su propia acción mental de establecer relaciones entre objetos. El número no ha de ser enseñado ya que el niño lo construye desde dentro, a partir de su propia capacidad natural para pensar. Esta construcción del número hace referencia a su conocimiento, que para Canals (2007) consiste en saber ver mentalmente la cantidad que representa, saber manipularla y familiarizarse con ella.

Según Hughes (1987) la mayoría de los niños poseen una notable gama de capacidades matemáticas cuando empiezan su escolaridad. Sin embargo, para muchos niños y niñas las matemáticas escolares (y en particular la noción de número) son difíciles y confusas. Por ello es importante reflexionar en la necesidad de un nuevo modo de aprender, en el que no se limiten a aprender nociones matemáticas básicas, sino que también sepan aplicarlas a la solución de problemas prácticos.

Con respecto al desarrollo del sentido numérico, el NCTM (2000) señala que este se adquiere cuando los niños comprenden el tamaño de los números; piensan sobre ellos y los representan de diferentes maneras. Por tanto, la función de los profesores en la etapa educativa de infantil es ayudar a los alumnos a intensificar el sentido numérico partiendo de las técnicas básicas de contar, avanzar hasta llegar a conocimientos más complejos como son, entre otros, el tamaño de los números y las relaciones numéricas.

En todos los documentos de reforma se reconoce que el currículo escolar de matemáticas elementales debería incluir el desarrollo de conceptos numéricos y habilidades de numeración (Vershcaffel y De Corte, 1996). Los currículos LOGSE de infantil presentan en el Área de Comunicación y Representación un bloque de contenidos de expresión matemática, entre los que se encuentra el concepto del número. Dicho concepto estuvo presente diariamente en el aula, y, profesores y profesoras trataban que sus alumnos/as los adquiriesen empleando para ello distintos modos de enseñanza, los cuales deberían estar planteados en contextos que tengan sentido para el niño (Salinas y Fernández, 2006) para así avanzar en su aprendizaje y llegar a conocerlos, considerándolos desde distintos puntos de vista, identificándolos en diversos contextos y comprendiéndolos, llegando a la adquisición del “conocimiento real, significativo y práctico del número“ (Canals, 2007, p. 53).

Aún cuando el currículo centra la enseñanza de la expresión matemática, en general y del número en particular, en la interacción y relaciones que se establecen con objetos y personas, la realidad es otra. En la mayor parte de las aulas de Infantil, durante el vigor de la LOGSE, las interacciones y relaciones no fueron la base en la construcción del aprendizaje sino que fueron posteriores, primero se mostraban contenidos formalmente introducidos, se repetían y memorizaban aspectos socialmente valorados y, posteriormente, se interaccionaba y establecían relaciones.

MATERIALES CURRICULARES: LIBROS DE TEXTO

Según Martínez Bonafé (1992a), un material curricular no sólo es el soporte o medio para la instrucción, es también, y fundamentalmente, un modo de concebir el desarrollo del curriculum y el trabajo de los profesores y los estudiantes. El material codifica la cultura seleccionada en el curriculum y le da una forma pedagógica.

A la hora de llevar a la práctica el currículo se utilizan una serie de materiales, que tienen un papel muy importante en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Según Trueba (1997) cada profesor, debe buscar coherencia entre su metodología y los materiales curriculares que utiliza, ya que estos influyen en sus modos de enseñar, y en particular, matemáticas (Lloyd, 2008). El currículo LOGSE señala cuatro tipos de material según sea su procedencia: materiales procedentes del entorno, materiales elaborados por los alumnos/as, materiales elaborados por los profesores y materiales comerciales.

El profesorado es quien tiene el criterio para la elección de los materiales, cuya elección según Trueba (1997) está unida a un paradigma o modelo educativo determinado, aunque no siempre es consciente de este modelo subyacente. Además debe tener en cuenta que “el material escolar por sí mismo no tiene efectividad” (Rico, 1990b, p. 157), por lo que resulta necesario que conozca las posibilidades y usos de los materiales para su elección correcta.

Entre los materiales de tipo comercial se encuentran los libros de texto, que para Rico (1990a) son una herramienta mediante la cual el profesorado mantiene y transmite el saber institucionalizado, haciendo de puente entre éste y el estudiante; y para Moreno (1988) son un instrumento de la enseñanza que constituyen una respuesta a las demandas del currículo escolar.

Según diversos autores, los libros de texto desempeñan un papel relevante en educación, fueron desde su aparición un medio básico en la enseñanza y considerados en el pasado como un factor esencial para el aprendizaje; son difícilmente sustituibles pero si mejorables y promueven aprendizajes dirigidos (Cajaraville y Guisande, 1999; Prendes, 1997; Rosales, 1983; García, 1997). Los libros de texto continúan siendo el material curricular más utilizado en las aulas, llevando a identificar en ocasiones material curricular con libros de texto. Además, “pueden ser valiosas herramientas de apoyo para los profesores” (Herbel-Eisenmann, 2007, P. 345), presentan dos características importantes, una es ofrecer una concepción del saber y otra establecer una progresión del conocimiento de los estudiantes (Chevallard, 1991) y pueden cumplir distintas funciones: ser una recopilación de información textual, ser una propuesta didáctica concreta o ser un recurso de ayuda pedagógica al profesor (Carmen y Jiménez, 1997).

Los manuales escolares se basan en conocimientos sociales e inducen aprendizajes basados “en la ostensión, la observación, la recepción y la repetición” (Chamorro, 2006, p. 191). La elección de un libro u otro es importante, el profesor/a debe establecer unos criterios haciendo una lectura objetiva, analizando los diferentes usos que pueda tener, para escoger así un buen texto, evitando diferentes prejuicios y estereotipos (Herbel- Eisenmann, 2007) y fomentando el verdadero fin del libro, servir de apoyo al docente en la práctica educativa y a los alumnos/as en la construcción de significados. También resaltar que no se debe abusar del uso de los libros de texto, ya que se puede convertir en el eje central del proceso de enseñanza-aprendizaje, y esto es negativo ya que el libro de texto “entre otras cosas, ignora conocimientos previos y uniforma el ritmo de aprendizaje, inhibiendo así la iniciativa de los alumnos/as” (Sánchez, 2003, p. 86).

DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

El enfoque metodológico de esta investigación se sitúa en la metodología cualitativa, con enfoque socio-crítico (Godino, 1993).

Para este estudio la población son los libros de texto, durante la LOGSE, utilizados en las aulas de Educación Infantil de la comarca de Santiago de Compostela.

Los ayuntamientos que pertenecen a la comarca de Santiago de Compostela son: Santiago de Compostela, Brión, Ames, Boqueixón, Teo, Val do Dubra e Vedra.

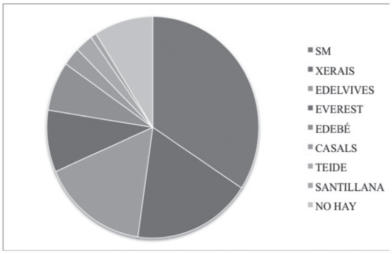
Señalar que el recuento de resultados de incidencia se hizo en un año académico y por aulas, ya que en algunos centros dentro del mismo curso coexisten varias editoriales.

Las tres editoriales con más demanda en la comarca de Santiago de Compostela son SM (34%), XERAIS (18%) y EDELVIVES (16%), hecho por el cual fueron escogidos para este estudio los tres libros correspondientes a 4º (3 años), 5º (4 años) y 6º (5 años) curso de cada editorial.

Tabla I: Resultados de incidencia globales.

COLEGIOS = 37	PÚBLICOS = 28	PRIVADOS = 9

DATOS DE INCIDENCIA DE LOS LIBROS DE TEXTO EN LOS CENTROS SELECCIONADOS		
EDITORIAL	**Nº**	**%**
SM	**38**	**34, 2%**
XERAIS	**20**	**18,0%**
EDELVIVES	**18**	**16,0%**
EVEREST	**10**	**9,0%**
EDEBÉ	**8**	**7,2%**
CASALS	**3**	**2,7%**
TEIDE	**3**	**2,7%**
SANTILLANA	**1**	**0,9%**
NO HAY	**10**	**9,0%**



DISEÑO DEL INSTRUMENTO DE ANÁLISIS

Para el diseño del instrumento de análisis de libros de texto, hemos establecido unos ítems que están basados en criterios citados por Prendes (1997), Martínez Bonafé (1992b), Martínez Bonafé (1995), Cajaraville, Fernández, Labraña, Salinas, De la Torre, y Vidal (2003), Bernad (1979), Velasco y Pérez (1977), Haro y Torregrosa (2002), Martín (2002), Bodí y Valls (2002) y adaptados a la realidad educativa a evaluar.

Los ítems que se establecen se señalan a continuación:

1. Incidencia del número en el libro.
   - *¿El concepto de número es tratado en todas las unidades?*
   - *¿Cuál es el porcentaje de actividades relativas al número?*

2. Adaptación al diseño curricular básico (DCB) de Educación Infantil desarrollado por el Decreto 426/1991 de 12 de diciembre por el que se establece el currículo de Educación Infantil en la Comunidad Autónoma de Galicia.
   - *¿Se tratan a lo largo de las unidades los contenidos conceptuales y procedimentales del currículo?*
     2.1.- Conceptos con respecto al número.
       2.1.1.- Unidad.
       2.1.2.- Serie.
       2.1.3.- Cardinales y ordinales.
       2.1.4.- Serie numérica. Los primeros números.
     2.2.- Procedimientos con respecto al número.
       2.2.1.- Ordenación de colecciones (según el número de objetos).
       2.2.2.- Construcción de la serie numérica que resulta partiendo de una unidad al ir añadiendo objetos (uno por uno).
       2.2.3.- Utilización de regletas y ábacos.
       2.2.4.- Uso de la serie numérica en diferentes situaciones.
       2.2.5.- Representación cuantificadora de las colecciones por medio de códigos primero y del cardinal después.
       2.2.6.- Operaciones sencillas con las colecciones de objetos.

3. Metodología.
   3.1.- ¿El material sugiere actividades homogéneas para toda la clase?
   3.2.- ¿El tipo de actividades es diverso y con distinto nivel de complejidad?
   3.3.- ¿Las actividades se resuelven básicamente a través de la consulta del propio material?
   3.4.- ¿La organización del contenido y el tipo de actividades propuestas sugiere períodos largos de tiempo en la realización de una misma tarea?
   3.5.-¿Las actividades se centran en procesos de aprendizaje memorísticos o de recuperación de información?
   3.6.-¿Las actividades se centran en procesos de aprendizaje procedimentales?
   3.7.- ¿El material organiza y secuencia el tiempo y distribución de tareas?
   3.8.- ¿Las tareas tienen un carácter poco complejo y es repetitivo de unas unidades a otras?

4. Modos de aproximación a los conceptos a través de la tipología de las tareas que proponen.
   4.1.- ¿Simples ejercicios de consolidación de contenidos "formalmente introducidos"?
   4.2.- ¿Auténticas situaciones problema planteadas solamente desde las propias matemáticas?
   4.3.- ¿Auténticas situaciones problemas planteadas desde las propias matemáticas y a otros ámbitos?

5. Materiales didácticos.
   5.1.- ¿Se ejemplifican tareas con material didáctico específico además del libro de texto?

5.2.- ¿Hace referencia a web o software educativos útiles para el estudio de este concepto?

6. Conocimientos que promueven.

6.1.- ¿Qué tipo de conocimiento se promueve?

6.2.- ¿Se utilizan contextos diversos para la presentación y justificación de las nociones presentadas que se introducen?

ANÁLISIS DE RESULTADOS

La incidencia del número es patente en todas las unidades de Xerais y Edelvives, por lo contrario en SM aparece en siete de las nueve unidades totales. Las actividades referidas al concepto del número en las tres editoriales son de baja calidad, la mayor parte de ellas se centran en aspectos "físicos y sociales".

Los conceptos que se tratan en las tres editoriales son los relacionados con cardinales, ordinales y series. Con respecto a los procedimientos, no se trabajan apenas a través de las actividades planteadas; la mayor parte de las actividades se reducen a identificar números (cardinales), asociar cantidades a grafías y realizar grafías.

Las actividades propuestas en los tres libros de texto, son iguales para todo el grupo-clase, no poseen variedad de dificultades ni de intereses, por lo que no permiten satisfacer necesidades individuales, ni atender a los distintos niveles intelectuales. La mayor parte de ellas no requieren de mucho tiempo para su realización y promueven aprendizajes memorísticos y de recuperación de información, sin apenas desarrollar la imaginación. El libro no organiza en función de la experiencia ni secuencia el tiempo de realización de las tareas. Éstas son poco complejas, repetitivas a lo largo de las diferentes unidades, no estimulan la autosuperación gradual del niño/a a través de sucesivas tareas de dificultad progresiva y no están apoyadas en intereses cercanos a los alumnos/as, por lo que resultan poco motivadoras para despertar intereses, estimular deseos de aprender y de esfuerzo para conseguir objetivos.

Para el análisis de este estudio, se analizaron los 3 libros de cada editorial individualmente. A continuación en la tabla II presentamos datos parciales de este estudio, un ejemplo de resultados de cada editorial.

Además las actividades se caracterizan por ser ejercicios de consolidación de contenidos formalmente introducidos, que no son ni interpretados ni utilizados en distintos ámbitos, sean o no matemáticos y no permiten poner en juego juicios de valor de los alumnos/as. La mayoría de las tareas no están planteadas en situaciones de contextos reales y no promueven la participación en grupo, siendo las actividades grupales complementarias del trabajo individual. Las actividades no invitan a investigar, proponiendo la mayoría de las veces mecanismos operatorios que no conllevan a que el niño/a pueda dar su opinión sobre un contenido a tratar.

En la guía didáctica del profesor las actividades aparecen apoyadas con algunos materiales, en diferentes contextos y remiten en ocasiones al software de la editorial, en el cual las actividades planteadas son encrustradas, es decir, de identificación y asociación de cantidades.

Tabla II: Resultados del libro texto 4º curso SM- 5º curso XERAIS y 6º curso EDELVIVES.

<table>
<tr><td colspan="9">CONCEPTO NÚMERO
4º - SM ; 5º-XERAIS ; 6º-EDELVIVES</td></tr>
<tr><td>INCIDENCIA DEL TEMA</td><td colspan="4">ADAPTACIÓN AL DCB</td><td colspan="4">METODOLOGÍA</td></tr>
<tr><td rowspan="14">4º - SM
7 capítulos de 9 en total
9,02 %

5º - XERAIS
9 capítulos de 9 en total
20,5%

6º - EDELVIVES
9 capítulos de 9 en total
11,11%</td><td></td><td>4º SM</td><td>5º XER.</td><td>6º EDE.</td><td></td><td>4º SM</td><td>5º XE.</td><td>6º ED.</td></tr>
<tr><td>CON.%</td><td>75%</td><td>75%</td><td>75%</td><td>3.1.-</td><td>SÍ</td><td>SÍ</td><td>SÍ</td></tr>
<tr><td>2.1.1.-</td><td>NO</td><td>NO</td><td>NO</td><td>3.2.-</td><td>NO</td><td>NO</td><td>NO</td></tr>
<tr><td>2.1.2.-</td><td>SÍ</td><td>SÍ</td><td>SÍ</td><td>3.3.-</td><td>SÍ</td><td>SÍ</td><td>SÍ</td></tr>
<tr><td>2.1.3.-</td><td>SÍ</td><td>SÍ</td><td>SÍ</td><td>3.4.-</td><td>NO</td><td>NO</td><td>NO</td></tr>
<tr><td>2.1.4.-</td><td>SÍ</td><td>SÍ</td><td>SÍ</td><td>3.5.-</td><td>SÍ</td><td>SÍ</td><td>SÍ</td></tr>
<tr><td>PRO.%</td><td>16,6%</td><td>33,2%</td><td>50%</td><td>3.6.-</td><td>NO</td><td>NO</td><td>NO</td></tr>
<tr><td>2.2.1.-</td><td>NO</td><td>NO</td><td>SÍ</td><td>3.7.-</td><td>NO</td><td>NO</td><td>NO</td></tr>
<tr><td>2.2.2.-</td><td>NO</td><td>NO</td><td>NO</td><td>3.8.-</td><td>SÍ</td><td>SÍ</td><td>SÍ</td></tr>
<tr><td>2.2.3.-</td><td>NO</td><td>SÍ</td><td>NO</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2.2.4.-</td><td>NO</td><td>NO</td><td>NO</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2.2.5.-</td><td>SÍ</td><td>SÍ</td><td>SÍ</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2.2.6.-</td><td>NO</td><td>NO</td><td>SÍ</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>TIPOLOGÍA DE LOS PROBLEMAS</td><td colspan="4">MATERIALES DIDÁCTICOS</td><td colspan="4">FOMENTO DEL SIGNIFICADO Y LA COMPRENSIÓN</td></tr>
<tr><td>4º SM; 5º XERAIS;
6º EDELVIVES
4.1.- SÍ (Ejercicios de simple consolidación de contenidos formalmente introducidos).
4.2.- NO
4.3.- NO</td><td colspan="4">4º SM; 5º XERAIS;
6º EDELVIVES

5.1.- SÍ.
5.2.- SÍ.</td><td colspan="4">4º SM; 5º XERAIS;
6º EDELVIVES

6.1.-
• Conocimiento físico.
• Conocimiento social.
6.2.- SÍ.</td></tr>
</table>

CONCLUSIONES

Analizando globalmente los tres cursos de XERAIS se observa, que la zona de desarrollo próxima, es la misma en el 1º trimestre en la segunda unidad de 4º curso, que en el 1º trimestre primera unidad de 6º curso, pues presentan la misma actividad cambiando la representación gráfica. A lo largo del desarrollo de las distintas unidades y de los distintos cursos, se presentan el mismo tipo de actividades, con la misma temporalización, variando los conceptos numéricos a tratar.

Con respecto a la editorial SM, las actividades presentadas a lo largo de los tres cursos siguen la misma línea metodológica, aunque aumentan levemente el grado de dificultad. En algunas actividades en 5º y 6º curso aparece la representación gráfica de regletas para descomponer números, las cuales no es necesario manipular ni explorar para la realización positiva de las actividades. A medida que aumenta el curso de Infantil, aumenta el número de actividades relacionadas con el concepto a evaluar.

Con respecto a la editorial EDELVIVES, la incidencia de actividades relacionadas con el concepto de número a lo largo de las diferentes unidades, comparando con las otras dos editoriales analizadas es menor. La estructura de las actividades se repite con cada número a lo largo de los cursos, la primera actividad con respecto al número 1 en 4º curso en la segunda unidad del primer trimestre, es la misma pero cambiando el número en la primera unidad del 2º trimestre de 5º curso. Sin embargo no se repite la misma actividad con el mismo número en distintos cursos. En 5º y 6º curso se presentan actividades relacionadas con números trabajados en cursos anteriores pero incrementando un poco la dificultad respecto a años anteriores.

Con respecto a las tres editoriales, se concluye:

- El tratamiento del concepto de número a lo largo de los diferentes cursos y en las diferentes editoriales es patente en todos los capítulos, a excepción de SM y XERAIS que en 4º curso comienzan a tratarlo a partir del capítulo 3 y 2 respectivamente.
- La incidencia de actividades con respecto al número en las tres editoriales, es escasa en relación con la totalidad que presenta la propuesta didáctica. Señalar que se proponen mas actividades en 5º y 6º curso que en 4º curso, y mayor número de actividades por curso en SM y XERAIS que en EDELVIVES.
- No se tratan todos los contenidos conceptuales reflejados en el currículo.
- Las tres editoriales en 4º curso tratan los números del 1 al 3, en 5º curso del 1 al 6 y en 6º curso del 0 al 9, lo que cambia es la temporalización de los mismos.
- La incidencia de los contenidos procedimentales a lo largo de las actividades planteadas es más escasa, la mayor parte de las actividades son de identificar y realizar grafías y asociar cantidades a grafías, promoviendo el conocimiento físico y social de número.
- El tipo de actividades en las tres editoriales conlleva a consolidación de contenidos formalmente introducidos.

- El planteamiento de las actividades no está de acuerdo con todos los principios de intervención. Las actividades si están propuestas desde una perspectiva globalizada y se tiene en cuenta "teóricamente" la etapa evolutiva en la que se encuentran los alumnos/as; por el contrario no se actúa en la zona de desarrollo próxima, se plantean actividades con la misma dificultad en 4º curso y en 6º curso, el niño no es un ser "activo" en la construcción del conocimiento y el juego no es la principal actividad, por el contrario, las actividades son ejercicios poco lúdicos, de relleno y hacer grafías, entre otros.
- La metodología en las tres editoriales se basan en aprendizajes memorísticos y de repetición. El papel del profesor a través de las editoriales no es de un simple guía, es quién determina las actividades a realizar y dirige el proceso de enseñanza-aprendizaje, siguiendo "si quiere" orientaciones y principios establecidos en las guías didácticas. Por el contrario, el alumno/a es pasivo en sus aprendizajes, las actividades que realiza propuestas en los textos no le conllevan a una traslación de las mismas a experiencias externas al colegio.
- Los recursos y materiales didácticos (incluyendo TICs) para la realización de las actividades no son necesarios y la mayor parte de ellos sugieren estrategias de conocimiento dirigidas a la repetición y a la memorización. Estos aparecen señalados en orientaciones didácticas en el libro del profesor/a.
- La realización de las actividades planteadas en los libros de texto de las editoriales evaluadas, no promueve la adquisición del conocimiento lógico- matemático, ni la reflexión y comprensión del concepto del número; se fomenta el conocimiento físico y social.
- En el libro de texto, a través de las actividades planteadas, se trata el número formando parte del conocimiento físico y social, escaseando propuestas que promuevan establecer relaciones entre objetos, acontecimientos,… las cuales permitan la abstracción e interiorización del concepto del número, es decir, la adquisición del conocimiento lógico-matemático.

Por último, decir que somos conscientes que este estudio abarca uno de los muchos conceptos matemáticos, y que los resultados obtenidos y conclusiones a las que se han llegado corresponden sólo a los libros de texto analizados en este trabajo. Sin embargo, nos atrevemos a afirmar que muchos de los problemas y dificultades que tienen los estudiantes en secundaria con "las Matemáticas" parten del tratamiento que tienen éstas en la Educación Infantil, dónde se las presentan como "un campo donde no se pueden discutir" (Velasco y Pérez, 1977: 35).

REFERENCIAS

Alsina, A., Aymerich, C. y Barba, C. (2008). Una visión actualizada de la didáctica de la matemática en educación infantil. *UNO,* 47, 10-19.

Baroody, A. J. (1997). *El pensamiento matemático de los niños.* Madrid: Aprendizaje-Visor.

Bernad, J.A. (1979). *Guía para la valoración de los textos escolares.* Barcelona: Teide.

Bodí, S.D. y Valls, J. (2002). Análisis del bloque curricular de Números en los libros de texto de Matemáticas. En M.C. Penalva, G. Torregrosa y J. Valls. *Aportaciones de la Didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales* (pp. 301-312). Murcia: Universidad de Alicante.

Cajaraville, J. A. y Guisande, M.A. (1999). Análisis Didáctico de la Estimación en Cálculo y Medida, a través de los Libros de Texto. En C. Martínez y S. García. *La Didáctica de las Ciencias. Tendencias Actuales. XVIII Encuentros de Didáctica de las Ciencias Experimentales* (pp. 565-573). Coruña: Servicio de publicacións. Universidade da Coruña.

Cajaraville, J.A., Fernández, M.T., Labraña, P.A., Salinas, M.J., De la Torre, E., y Vidal, E. (2003). *Avaliación do currículo de matemáticas no 2º ciclo da E.S.O.* Santiago de Compostela: Servicio de publicacións e Intercambio Científico Campus universitario sur. Universidade de Santiago de Compostela.

Canals, M.A. (2007). La construcción progresiva del saber numérico desde infantil a primaria. En J.A. Fernández (Coord.), *Aprender matemáticas, metodologías y modelos europeos* (pp. 51-57). Madrid: MEC.

Carmen, L. del y Jiménez, M.P. (1997). Los libros de texto: un recurso flexible. *Alambique,* 11, 7-14.

Chamorro, M.C. (2006). *Didáctica de las Matemáticas*. Madrid: Pearson- Prentice Hall.

Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné.* Grénoble: La Pensée sauvage.

Cockcroft, W.H. (1985). *Las matemáticas sí cuentan.* Madrid: MEC.

Coll, C., Pozo, J. L., Sarabia, B. y Valls, E. (1992). *Los contenidos en la Reforma.* Madrid: Aula XXI.

Dickson, L. et al. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas.* Madrid: Labor.

Fernández, J.A. (2007). Metodología didáctica para la enseñanza de la matemática: variables facilitadoras del aprendizaje. En J.A. Fernández (Coord.), *Aprender matemáticas, metodologías y modelos europeos* (pp. 9-26). Madrid: MEC.

García, E. (1997). *Libros de texto y reforma educativa. Un análisis de los textos escolares de educación primaria.* Tesis doctoral. Universidad de Zaragoza.

Godino, J. D. (1993). Paradigmas, problemas y metodologías de investigación en Didáctica de la Matemática. *Quadrante,* 2 (1), 9-22.

Haro, M.J. y Torregrosa, G. (2002). El análisis de libro de texto como tarea del profesorado de matemáticas. En M.C. Penalva, G. Torregrosa y J. Valls (Eds.), *Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales* (pp. 357-372). Murcia: Universidad de Alicante.

Herbel-Eisenmann, B.A. (2007). From Intended Curriculum to Written Curriculum: Examining the “Voice” of a Mathematics Textbook. *Journal for Research in Mathematics Education,* 38 (4), 344-369.

Hughes, M. (1987). *Los niños y los números.* Barcelona: Nueva Paidea.

Kamii, C. (1986). *El niño reinventa la aritmética.* Madrid: Aprendizaje –Visor.

Lloyd, G. M. (2008). Curriculum Use While Learning to Teach: One Student Teacher´s Appropriation of Mathematics Curriculum Materials. *Journal for Research in Mathematics Education,* 39 (1), 63- 94.

Martín, C. (2002). Criterios para el análisis de libros de texto desde la perspectiva de la didáctica de la matemática. Aplicación a la estadística y probabilidad. En M. C. Penalva, G. Torregrosa y J. Valls (Eds.), *Aportaciones de la didáctica de la Matemática a diferentes perfiles profesionales* (pp. 373-385). Murcia: Universidad de Alicante.

Martínez Bonafé, J. (1992a). Siete cuestiones y una propuesta. *Cuadernos de Pedagogía,* 203, 8-13.

Martínez Bonafé, J. (1992b). ¿Cómo analizar los materiales?. *Cuadernos de Pedagogía,* 203, 14-19.

Martínez Bonafé, J. (1995). Interrogando al material curricular. Guión para el análisis y la elaboración de materiales para el desarrollo del currículum. En J. G. Mínguez y M. Beas. *Libro de texto y construcción de materiales curriculares* (pp. 221-245). Granada: Proyecto Sur de Ediciones.

Moreno, J. M. (1988). Los libros de texto como recurso didáctico. En ICE y ESCUELA UNIVERSITARIA DEL PROFESORADO DE E.G.B. *I Encuentro Nacional sobre El Libro de Texto de E.G.B. y Preescolar* (pp. 1-9). Sevilla: ICE-EU. del Profesorado de E.G.B.

NTCM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, VA. USA.

Orton, O. (1990). *Didáctica de las Matemáticas.* Madrid: Morata.

Prendes, M. P. (1997). Evaluación de manuales escolares. *Revista electrónica Pixel-Bit*, 9, [htpp://.sav.us.es/pixelbit/articulos/n9/n9art/art93.htm].

Rico, L. (1990a). Diseño curricular en Educación Matemática: Una perspectiva cultural. En S. Llinares y M.V. Sánchez (Ed.), *Teoría y Práctica en Educación Matemática* (pp. 17-62). Sevilla: Alfar.

Rico, L. (1990b). Diseño curricular en Educación Matemática: Elementos y evaluación. En S. Llinares y M.V. Sánchez (Eds.), *Teoría y Práctica en Educación Matemática* (pp. 117-172). Sevilla: Alfar.

Rosales, C. (1983). Evaluación de textos escolares de primer ciclo EGB. *Enseñanza,* 1, 193-208.

Salinas, M.J. (2003). *Competencia matemática al finalizar los estudios de magisterio. Explicación mediante un modelo causal.* Tesis doctoral. Universidad de Santiago de Compostela.

Salinas, M.J. y Fernández, T. (2006). Errores sobre las matemáticas de los estudiantes de magisterio. Estudio del sistema de numeración decimal. En J. Díaz y M.P. Jiménez (Coords.), *Perspectivas sobre a aprendizaje das Ciencias e das Matemáticas. Estudos en Honor ao Profesor Eugenio Garcia-Rodeja Fernández* (pp.233-245). Santiago de Compostela: Unidixital.

Sánchez, J.C. (2003). Fundamentos teóricos y bases psicopedagógicas para la construcción del conocimiento matemático. En J.C. Sánchez y J.A. Fernández (Coords.),. *La enseñanza de la matemática. Fundamentos teóricos y bases psicopedagógicas* (pp.17-112). Madrid: Editorial CCS.

Trueba, B. (1997). Modelos didácticos y materiales curriculares en educación infantil. *Investigación en la escuela,* 33, 35-46.

Velasco, M.E. y Pérez, G. (1977). *Evaluación y elaboración de textos escolares.* Madrid: Narcea.

Vershcaffel, l. y De Corte, E. (1996). Number and Arithmetic. En A. Bishop y otros (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 99-137). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Xunta de Galicia. (1992). Decreto 426/1991, de 12 de diciembre por el que se establece el currículo de la Educación Infantil en la Comunidad Autónoma de Galicia. Santiago de Compostela.

Épsilon *- Revista de Educación Matemática* ***2012, Vol. 29(1), nº 80, pp. 37-39***

HILANDO LAS MATEMÁTICAS. PERFORMANCE MATEMÁTICA PARA FAMILIAS

Ana García López
(I.E.S. Cristóbal Colón)
Manuel Martínez Díaz
(I.E.S. Cristóbal Colón)
Tere Valdecantos Dema
(S.I.P.E.P. Algeciras)

Hilando las matemáticas es una performance que incorpora elementos teatrales, musicales y dibujos animados. La obra está dirigida a todo tipo de público .Se ha representado en distintas ciudades la provincia de Cádiz. En la Diputación Provincial se representó para un público familiar, mientras que en el VI encuentro de los jóvenes investigadores, celebrado en San Fernando, se realizó para un público adolescente. Ha sido finalista de la XII edición del concurso Ciencia en Acción en la modalidad de Puesta en Escena.

La obra comienza con la ironía y la crítica a la incultura científica, a la excusa tan manida y tan pronunciada por el anumerismo: "...es que yo soy de letras". Con una invitación a la confección del título de la obra, se logra una motivación y una implicación del público.

El público ayuda a titular la obra.

Después se mezcla la narración con la proyección de dibujos animados que se mueven al compás de la música clásica.

La araña Arquímedes.

Una parte importante de la trama se desarrolla con la manipulación de un geoplano, que interactúa con la proyección de imágenes.

Manipulando el geoplano.

En el fondo de la historia subyacen espirales, elipses y el problema isoperimétrico, además de distintos usos de los polígonos regulares en nuestro entorno.

El protagonista, un triste hilo, se encontrará en el descubrimiento de su entorno con la curiosidad de una hormiga. Y el uno, por no volver a la soledad, y la otra por su espíritu curioso revelarán al espectador importantes conceptos matemáticos.

Dirigido a un público familiar.

La grabación está disponible en la Web http://www.vimeo.com/ 24308544

Esta obra ha sido desarrollada por:

Ana García López

Manuel Martínez Díaz

Tere Valdecantos Dema

Máster y Doctorado con Mención de Calidad de la ANECA (2012-13)

INVESTIGACIÓN EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES, SOCIALES Y MATEMÁTICAS

Coordina:

- Universidad de Huelva (España) (UHU). Departamento de Didáctica de las Ciencias y Filosofía

Otras universidades participantes:

- Universidad de Extremadura (UEX). Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de la Matemática
- Universidad Internacional de Andalucía (UNIA) (sede de La Rábida -Huelva).

El Master ofrece 3 itinerarios: Didáctica de las Ciencias Experimentales, Didáctica de las Ciencias Sociales y Didáctica de las Matemáticas. Consta de materias comunes a los 3 itinerarios y materias específicas. Las materias comunes versan sobre desarrollo profesional y metodología y diseño de la investigación. En las materias específicas, además de introducir las líneas y características de la investigación en cada una de las 3 áreas, se abordan contenidos propios de las líneas de investigación que se desarrollan en estas universidades:

a) Formación inicial y desarrollo profesional del profesorado (Experimentales, Sociales y Matemáticas)

b) Resolución de problemas (Experimentales y Matemáticas)

c) Investigación escolar (Experimentales y Sociales)

d) Educación ambiental (Experimentales)

e) Didáctica del patrimonio (Sociales)

f) Didáctica de la geometría (Matemáticas)

g) Conocimiento matemático para la enseñanza (Matemáticas)

h) Didáctica de la Historia (Sociales)

i) Alfabetización científico-cultural y Patrimonio (Experimentales y Sociales)

El segundo plazo de preinscripción estará abierto en la plataforma de distrito único andaluz del 2 al 30 de julio.

Más información puede encontrarse en **http://www.uhu.es/noticieros/master-iea/** o a través del Director del Máster, Prof. José Carrillo (**carrillo@uhu.es**) o de la Secretaría del Máster (**master.ieac@ddcc.uhu.es**).

Nota 1: Hasta 30 créditos reconocidos por poseer el máster de formación del profesorado de secundaria y bachillerato.

Nota 2: Dos modalidades: presencial y no presencial. Esta modalidad hay que solicitarla al Director del Máster, al existir plazas limitadas.

Épsilon - *Revista de Educación Matemática* **2012, Vol. 29(1), nº 80, pp. 41-48**

EL TALLER DE OLIMPIADA MATEMÁTICA. UNA OCASIÓN PARA LA BUENA PRÁCTICA

Francisco Orti Navarro
IES Fuentezuelas de Jaén

Resumen: *En el contexto de desarrollo de las competencias del alumnado, proponemos una vía metodológica que agiliza la habitual rigidez del curriculum de las matemáticas, haciendo uso de TICS, aulas virtuales, y aprendizaje colaborativo en red.*

Establecemos el blog de aula y la exposición de presentaciones en el aula, como medio para dotar a la evaluación de su carácter social, lo que proporciona a la actividad una componente motivadora muy importante.

Consideramos que el trabajo en grupo es el marco ideal para el desarrollo de las competencias.

Palabras clave: *Aprendizaje colaborativo en red; comunicación mediante presentaciones.*

Abstract: *In the context of skills development of students, we propose a methodology that breaks the classical mathematic curricular rigidity, using TICS, virtual classroom and collaborative networked learning.*

Classroom Blog and presentations using the required software, are set in order to give to the evaluation process, its social character, which provides an important motivational component. Collaborative learning is the background for the development of skills.

Keywords: *Collaborative networked learning; communication using presentation.*

INTRODUCCIÓN

Son ya algunos años en los que las Administraciones, vienen haciendo un esfuerzo muy importante para la mejora de la Educación, dotando a los centros, alumnos y profesores, de la infraestructura necesaria para que se recupere el necesario espíritu motivador que requiere una actividad en la que los protagonistas son el futuro de nuestra sociedad.

La conexión generalizada a la red, también en los centros educativos, y los elementos de interconexión, tanto de hardware como de software, generan grandes expectativas, que requieren del compromiso de todos.

Es cierto que hay mucho por hacer, y de nuevo en ese reto está la grandeza, de nuevo los currículos están abiertos, se investiga en el aula y se elaboran materiales didácticos, avalados en la práctica universitaria, donde el uso de aulas virtuales y presentaciones multimedia es generalizado, y más globalmente, inmersos en la sociedad de la información y la comunicación.

El Taller de Olimpiadas Matemáticas (TOM) surge como respuesta a la demanda que los alumnos de nuestro Centro han ido mostrando hacia el área de las matemáticas. Nuestro departamento era consciente del alto nivel de conocimientos y motivación de algunos de nuestros alumnos que se verificó en el curso 2009-2010, con la gran acogida por parte del alumnado que tuvo la celebración de una Gimkhana Matemática, con pistas y pruebas que resaltaban el carácter lúdico y aplicado de nuestra asignatura.

Entendemos que además de asignaturas de refuerzo para la atención a alumnos con dificultades, el establecimiento en los centro de asignaturas de ampliación, para la atención a alumnos con mayor motivación y capacidad, genera un reto para profesores y alumnado que proporciona calidad, y un vínculo de buena relación entre profesores, padres y alumnos.

En el curso 2010-2011, encuadramos el formato de la asignatura, la dinámica de las clases y descubrimos el concepto de blog de aula, al tiempo que conseguimos bastante éxito, cinco de nuestros alumnos clasificados en la Olimpiada Matemática Provincial, uno de ellos en primer lugar, que después ganaría la Olimpiada Regional y Nacional, y uno entre los cinco primeros de la Olimpiada Guadalentín, con participación de toda Andalucía Oriental.

En el curso actual hemos abierto puertas al uso del aula virtual, donde el trabajo por grupos se hace viable.

Acude al Blog de Olimpiada Matemática, cuya dirección está al final del artículo, para que puedas tener una referencia del trabajo de los alumnos previa a la lectura de este artículo.

PLANTEAMIENTOS INICIALES

Cuando nos enfrentamos a la elaboración de la programación de la asignatura surgieron algunos retos.

- No se trataba de dar un recetario, que tras su estudio, permitiera a los alumnos resolver problemas de olimpiada matemática, sino que desarrollaran la capacidad de reflexionar e investigar, que comprendieran que este tipo de retos se resolvían con las matemáticas que durante años habían aprendido y que generaran la intuición necesaria para afrontarlos usando las herramientas adecuadas. Como cita Jesús Escudero Martín (1999) del Libro Godel, Escher y Bach, “siempre y cuando éstos no sean vistos como situaciones que requieran una respuesta única (conocida previamente por el profesor que encamina hacia ella)”.

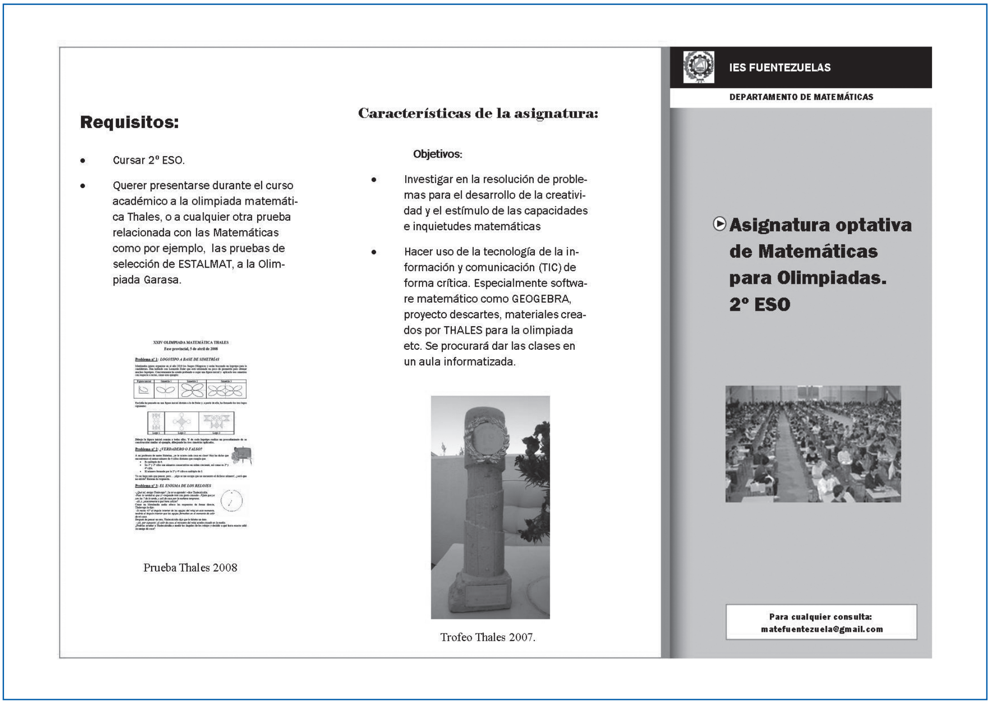


Figura 1.

- Queríamos que aprendieran todos, los alumnos con mayor capacidad que habitualmente pueden resolver los problemas propuestos casi sin ayuda, y los que tiene dificultades mayores, algunos de ellos con dificultades en la comprensión de los enunciados, otros por problemas de actitud que les lleva a no desarrollar la tarea, etc.
- Consideramos que las TICS es un lenguaje que nuestros alumnos desarrollan de forma natural, no solo como usuarios, sino también como creativos y por tanto creemos que la elaboración de contenidos debe ser su responsabilidad, pero también que debe haber un reconocimiento por ella. No se trata de TICS porque sí, sino de TICS en la escuela como prolongación de TICS en la vida.
- Deseábamos establecer una dinámica de trabajo que mantuviera la tensión creativa para lo que contábamos con correos electrónicos y aula virtual.

En este contexto, nos habían dado buenos resultados experiencias anteriores, en las que se establecían ciclos cortos de trabajo, por lo que decidimos el siguiente esquema de trabajo semanal; el alumno elige en el blog, o el aula virtual, un problema de entre los seis de la relación semanal, informa al grupo del trabajo que va a realizar en el foro de elección de ejercicios, de forma que entre todos los integrantes de un grupo han de realizar todos los problemas propuestos. Tiene una semana para resolverlo y hacer una presentación con la respuesta, enviarla al profesor usando el aula virtual. Cuenta con un foro de dudas como ayuda a su trabajo. Finalmente el trabajo se expone en clase.

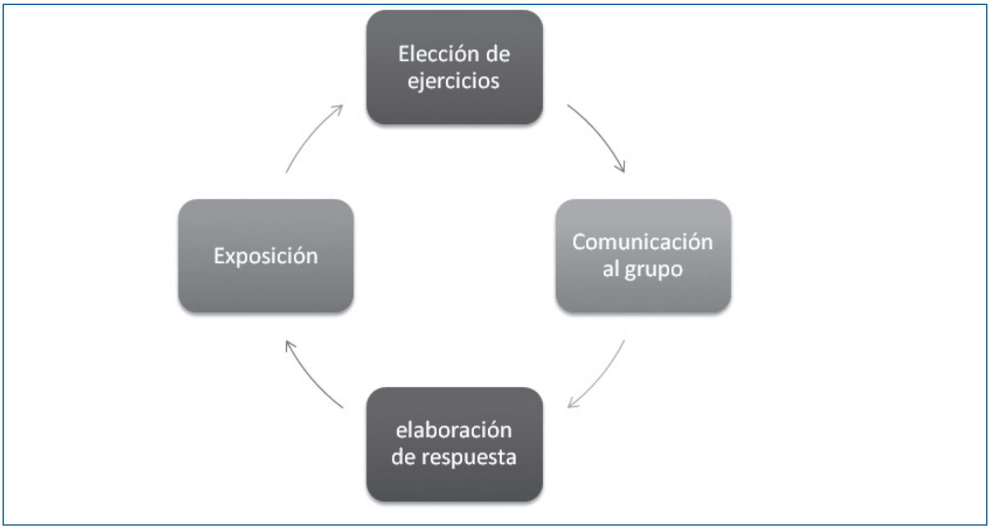


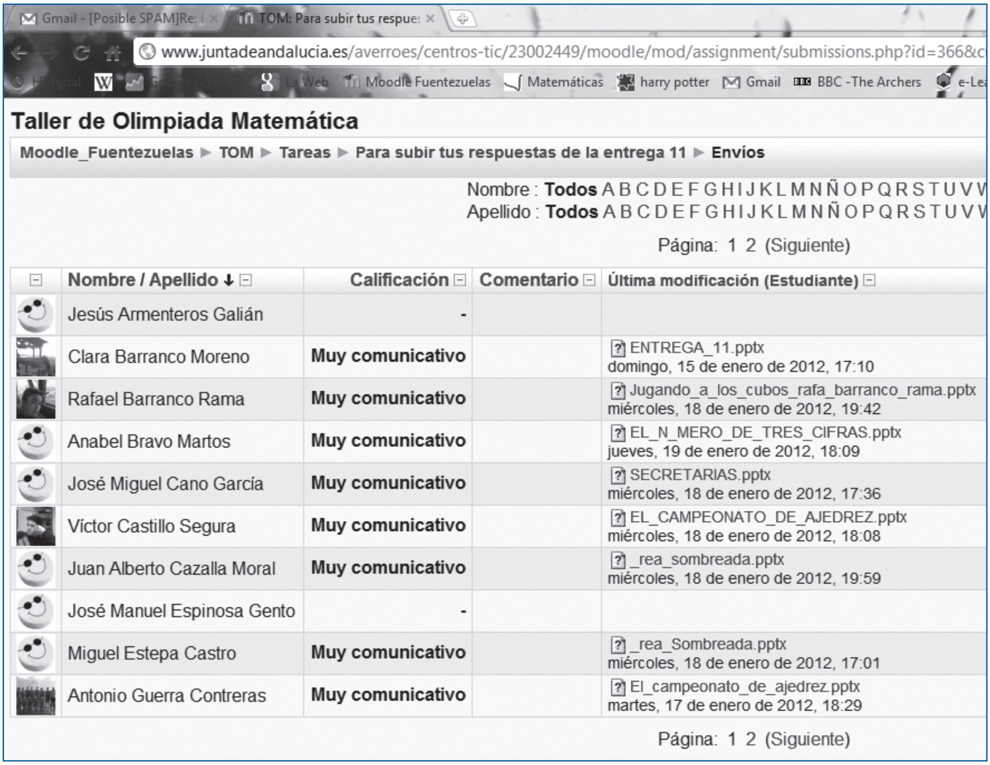
Figura 2.

El procedimiento certifica que el proceso de evaluación, sea en todas sus posibles dimensiones, formativo y consensuado.

TALLER DE OLIMPIADAS MATEMÁTICAS Y APRENDIZAJE COLABORATIVO EN RED

El objetivo es múltiple:

- Permite establecer la comunicación entre alumno-alumno y profesor-alumno.
- Hay que considerar que el proceso de resolución de problemas, requiere de un primer estadío de comprensión de enunciados, que es más asequible si se ponen en común las dudas y progresos.
- Establece la posibilidad de participación del alumnado, y una vía para mejorar, independientemente de sus capacidades.
- Disminuir la presión que supone en algunos alumnos.
- Dar la posibilidad a otros de aprender enseñando.
- Compartir responsabilidades. Adquirir roles de comportamiento en el trabajo en grupo
- Poner en contacto al alumnado con procesos estructurados de trabajo y toma de decisiones empleados por la empresa.
- Hacer uso de los beneficios que supone el intercambio de comunicación en el uso de las Tics.



Taller de Olimpiada Matemática

Moodle_Fuentezuelas ▶ TOM ▶ Tareas ▶ Para subir tus respuestas de la entrega 11 ▶ Envíos

Nombre : Todos A B C D E F G H I J K L M N Ñ O P Q R S T U V W

Apellido : Todos A B C D E F G H I J K L M N Ñ O P Q R S T U V W

Página: 1 2 (Siguiente)

Nombre / Apellido	Calificación	Comentario	Última modificación (Estudiante)
Jesús Armenteros Galián	-		
Clara Barranco Moreno	Muy comunicativo		ENTREGA_11.pptx domingo, 15 de enero de 2012, 17:10
Rafael Barranco Rama	Muy comunicativo		Jugando_a_los_cubos_rafa_barranco_rama.pptx miércoles, 18 de enero de 2012, 19:42
Anabel Bravo Martos	Muy comunicativo		EL_N_MERO_DE_TRES_CIFRAS.pptx jueves, 19 de enero de 2012, 18:09
José Miguel Cano García	Muy comunicativo		SECRETARIAS.pptx miércoles, 18 de enero de 2012, 17:36
Víctor Castillo Segura	Muy comunicativo		EL_CAMPEONATO_DE_AJEDREZ.pptx miércoles, 18 de enero de 2012, 18:08
Juan Alberto Cazalla Moral	Muy comunicativo		_rea_sombreada.pptx miércoles, 18 de enero de 2012, 19:59
José Manuel Espinosa Gento	-		
Miguel Estepa Castro	Muy comunicativo		_rea_Sombreada.pptx miércoles, 18 de enero de 2012, 17:01
Antonio Guerra Contreras	Muy comunicativo		El_campeonato_de_ajedrez.pptx martes, 17 de enero de 2012, 18:29

Página: 1 2 (Siguiente)

Figura 3.

TALLER DE OLIMPIADAS MATEMÁTICAS (TOM) Y TICS

Hoy en día, una buena práctica docente no puede ser ajena al uso de las herramientas tecnológicas de la comunicación. En nuestro caso consideramos que nuestra experiencia aporta, al menos en estos tres marcos de actuación.

- *Los alumnos comunican la actividad realizada mediante presentaciones*

  Los objetivos son:

  a) Desarrollar la creatividad proporcionando herramientas que generan en el alumnado la empatía necesaria para comunicar que a su vez retroalimenta el aprendizaje.

  b) Usar de forma tópica herramientas modernas de comunicación.

  c) Establecer una vía mediante la cual se desarrolla el proceso de evaluación.

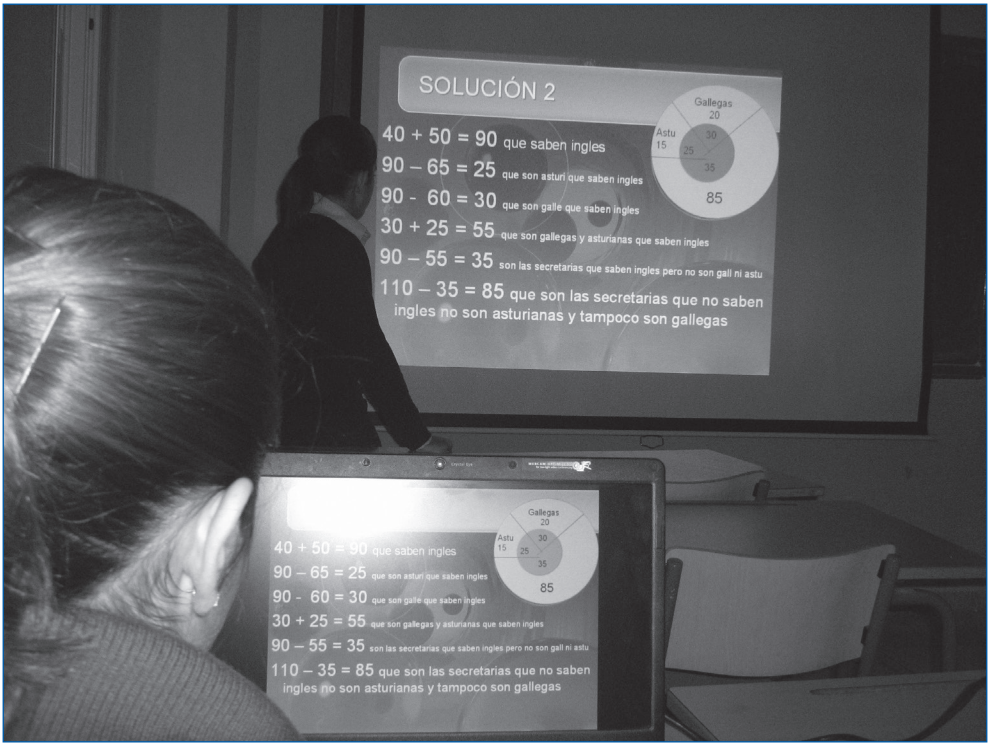


Figura 4.

- *Aula virtual y correo electrónico para la comunicación entre grupos*

  Los objetivos son:

  a) Generar la suficiente proximidad como para hacer posible la comunicación y la colaboración.

  b) Establecer la dinámica de trabajo y los roles de interacción entre los distintos integrantes del grupo y del aula.

  c) Familiarizar al alumnado con foros, chats, evaluación virtual, y otros métodos de plataformas educativas.

- *Expresión de resultados y conclusiones en el blog*

  Establece un marco en el que se puede ver reflejada la actividad con un triple objetivo:

  a) A nivel del alumnado, consigue dar el nivel preponderante a este estamento en el proceso educativo. También el alumno asume una parte más importante de la responsabilidad de la labor.

  b) A nivel de las familias acerca la labor en el aula para que puedan evaluarla y genera un reconocimiento de buena práctica.

c) A nivel exterior en relación con otros centros genera información susceptible de ser utilizada por otros.

d) Recíprocamente generar el uso de forma crítica de la información que está disponible en la red.

Otros objetivos secundarios son el uso de aplicaciones informáticas tales como GEOGEBRA, calculadoras, etc., y otras online como máquinas computacionales, WIRIS, etc.

TALLER DE OLIMPIADAS MATEMÁTICAS Y METODOLOGÍA

Nuestro compromiso metodológico no es otro que la consideración de la resolución de problemas como la base del aprendizaje matemático.

Para ello seleccionamos problemas de olimpiadas matemáticas, que cubran la gama heurística que los alumnos son capaces de desarrollar. Jesús Escudero (1999) Martín, "la práctica de los procesos heurísticos es justamente el objeto de la resolución de problemas, y hace que sea una facultad… que se puede mejorar con la práctica"**.** Por hacer una lista rápida de habilidades:

- Organización de la información.
- Utilización de tanteos y estrategia de ensayo y error, razonamiento por exhausción, búsqueda de regularidades...
- Estrategias de pensamiento lógico y heurístico, como razonamiento inductivo-deductivo, por analogías, problema inverso, por simetría, el principio del palomar, por reducción al absurdo, ...
- Verificación e interpretación de resultados.
- Comprensión y expresión de textos y mensajes susceptibles de tratamiento matemático.

Por otra parte, es de gran ayuda, que los responsables en la elaboración de problemas para olimpiadas matemáticas, hayan consensuado que los contenidos matemáticos a evaluar, han de considerar las matemáticas como medio y no como fin, y que haya la mayor variedad en la elección de temas posible.

Es por ello que en nuestra labor, el proceso de selección de actividades es fundamental y muy motivante. Tengo que citar la gran ayuda que supone el material didáctico aportado por la sociedad THALES, y en particular su CD de Tratamiento Interactivo de la resolución de problemas (Bracho, 2004), en su presentación los autores indican "… hemos querido aportar una nueva alternativa al tratamiento de la Resolución de Problemas en el aula aprovechando la tecnología multimedia y convencidos, a través de la experimentación, del interés que supone el dotar a las actividades matemáticas de las animaciones que caracterizan a las secuencias lógicas que se dan en la resolución de un problema".

CONCLUSIONES. EL TALLER DE OLIMPIADAS MATEMÁTICAS EN EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS

En definitiva, en la asignatura hemos encontrado la ocasión para mejorar la educación matemática, aceptando el reto que suponen los factores socioculturales y buscando la contribución de las matemáticas a la educación integral del individuo.

Las competencias básicas, definidas por la LOE como ***"****aquéllas que van a permitir a la persona, en esta sociedad del conocimiento, lograr una realización de su ser individual, social (ciudadanía activa) y su inclusión en el mundo laboral"*, están imbricadas en nuestro planteamientos didácticos partiendo de contenidos matemáticos y teniendo como propósito la formación para una alfabetización matemática.

Parece especialmente interesante en este sentido, las propuestas para la educación matemática del NTCM (2003) y de la Junta de Andalucía:

Matemáticas para todos, currículos bien estructurados, enseñanza basada en el medio, aprendizaje comprensivo, distintas técnicas de evaluación y uso de las tecnologías.

Entre las consecuencias cito:

> "la comprensión y los conocimientos matemáticos como medios y no como fines o metas del proceso, conducen a la alfabetización satisfactoria, y esta se manifiesta en términos de competencias".

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Blog del Taller de olimpiada Matemática, http://tallerolimpiada.blogspot.com/

Bracho, Rafael, (2004), *Tratamiento interactivo de la resolución de problemas (CD-ROM): 20 años de olimpiadas matemáticas Thales.* Puerto Real: SAEM.

Escudero. J. (1999). *Resolución de Problemas.* Salamanca CRP de Salamanca.

Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. BOE nº 106 de 4 de mayo de 2006.

NCTM (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática.* Sevilla: SAEM Thales.

Épsilon - Revista de Educación Matemática 2012, Vol. 29(1), nº 80, pp. 49-54

LA COMPETENCIA EN COMUNICACIÓN LINGÜÍSTICA EN LA CLASE MATEMÁTICAS

Francisca Garrido Soriano
IES Reyes de España (Linares, Jaén)

Resumen: *Se recupera en la enseñanza la importancia de la materias instrumentales: Matemáticas y Lengua; con la nueva legislación aparecen como elementos destacados en un nuevo concepto: las competencias básicas. La importancia de la competencia matemática y como trabajarla forma parte de nuestra formación, pero ¿qué pasa con la competencia en comunicación lingüística?*

Palabras clave: *Competencias básicas, Competencia en comunicación lingüística, Legislación.*

Abstract:*The importante of the instrumental subjects is recovered in the teaching practice: Mathematics and (Spanish) Language; with the new legislation they appear as outstanding elements in a new concept: the keys competences.The importance of the mathematical competence and how to develop it is a part of our training, but what happens with the linguistic communication competence?*

Keywords: *Key competences, linguistic comunication competence, legislation.*

Con la llegada de la LOGSE al sistema educativo hemos visto como las materias tradicionalmente llamadas "instrumentales": Matemáticas y Lengua, perdían su peso en la Educación y se reducía el número de horas lectivas semanales.

Con el transcurso de los años, ha habido un detrimento de las capacidades lingüísticas y matemáticas en nuestros alumnos, que no solo afectaban a nuestra materia sino a todas aquellas que se desarrollan a partir de ellas.

Como consecuencia se ha tomado conciencia de la necesidad de afianzar estas capacidades en los alumnos y se ha recuperando poco a poco la carga lectiva de dichas materias. Actualmente la LODE les da gran importancia al incluirlas especialmente dentro de las competencias básicas, junto a otras competencias de carácter netamente social y de desarrollo personal, imprescindibles para conseguir la finalidad principal de la ESO: "El objetivo prioritario de esta etapa es preparar a los adolescentes para ser futuros ciudadanos de una sociedad democrática y tecnológicamente avanzada".

Como profesores de Matemáticas no creo necesario tratar la importancia del desarrollo de la competencia matemática, pero si es interesante hacer una reflexión sobre la competencia en educación lingüística y como trabajarla en nuestra aula.

¿QUÉ ES LA COMPETENCIA EN EDUCACIÓN LINGÜÍSTICA?

En la definición que la Ley Orgánica de Educación (LOE) hace del currículo, nos encontramos tanto con los componentes tradicionales (objetivos, contenidos, métodos pedagógicos y criterios de evaluación) como con una significativa novedad, la introducción de las *competencias básicas.* Este elemento pasa a convertirse en uno de los aspectos orientadores del conjunto del currículo y, en consecuencia, de los procesos de enseñanza-aprendizaje.

No olvidemos que la decisión de si el alumno obtiene o no el título de graduado en ESO se basará en si ha adquirido o no las competencias básicas de la etapa, de ahí que estas se acabarán convirtiendo en el referente para la evaluación del alumno.

Muchas son las definiciones que se han dado sobre este concepto novedoso, pero todas hacen hincapié en lo mismo: frente a un modelo educativo centrado en la adquisición de conocimientos más o menos teóricos, desconectados entre sí en muchas ocasiones, un proceso educativo basado en la adquisición de competencias incide, fundamentalmente, en la adquisición de unos saberes imprescindibles, prácticos e integrados, saberes que habrán de ser demostrados por los alumnos (es algo más que una formación funcional). En suma, una competencia es la capacidad puesta en práctica y demostrada de integrar conocimientos, habilidades y actitudes para resolver problemas y situaciones en contextos diversos.

En el sistema educativo andaluz se considera que las competencias básicas —con una denominación distinta en algunos casos a la básica del Estado— que debe haber alcanzado el alumno cuando finaliza su escolaridad obligatoria para enfrentarse a los retos de su vida personal y laboral son las siguientes:

- Competencia en comunicación lingüística.
- Competencia en razonamiento matemático.
- Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico y natural.
- Competencia digital y tratamiento de la información.
- Competencia social y ciudadana.
- Competencia cultural y artística.
- Competencia para aprender de forma autónoma a lo largo de la vida.
- Competencia para la autonomía e iniciativa personal.

Competencia en comunicación lingüística

Supone la utilización del lenguaje como instrumento de comunicación oral y escrita y como instrumento de aprendizaje y de autorregulación del pensamiento, las emociones y la conducta, por lo que contribuye, asimismo, a la creación de una imagen personal positiva y fomenta las relaciones constructivas con los demás y con el entorno. Aprender a comunicarse es, en consecuencia, establecer lazos con otras personas, acercarnos a otras culturas que adquieren sentido y provocan afecto en cuanto que se conocen. En suma, esta competencia es fundamental para aprender a resolver conflictos y para aprender a convivir, y su adquisición supone el dominio de la lengua oral y escrita en múltiples contextos y el uso funcional de, al menos, una lengua extranjera.

¿POR QUÉ TRABAJAR LA COMPETENCIA EN EDUCACIÓN LINGÜÍSTICA?

Porque estamos legalmente obligados

El Artículo 26 de la Ley Orgánica de Educación (2/2006) establece que en la etapa de la ESO, se prestará atención especial al desarrollo de las competencias básicas. El Artículo 38 de la Ley de Educación de Andalucía (17/2007) establece que el sistema educativo andaluz tiene como prioridad establecer las condiciones que permita al alumno alcanzar las competencias básicas establecidas para la ESO.

El anexo I del Real Decreto 1631/2006 y el artículo 6 del Decreto 231/2007 establecen las competencias básicas que deben adquirir los alumnos:

> A fin de fomentar el hábito de la lectura y en función de la edad del alumnado, los centros educativos andaluces dedicarán a la lectura un tiempo semanal en el desarrollo del currículo.
>
> En Educación Secundaria Obligatoria el tiempo semanal dedicado a la lectura será en cada curso de una hora semanal en el horario lectivo del alumnado. Sin perjuicio de su tratamiento específico en algunas áreas, la comprensión lectora y la expresión oral y escrita se trabajarán en todas las áreas y materias del currículo (BOJA nº 29, 2007, p. 11)

Porque necesitamos que los alumnos tengan lectura compresiva en nuestra clase de Matemáticas.

En la clase de matemáticas se considera que la resolución de problemas es fundamental, de forma que estos recursos metodológicos deben ser a la vez fin y medio. Existen propuestas metodológicas basadas en la resolución de problemas, cabe mencionar la obra de Polya (1982) "*Cómo plantear y resolver problemas*".

Miguel de Guzmán partiendo de las ideas de Polya elaboró un modelo para la ocupación con problemas. La finalidad de tal modelo es que los alumnos y las alumnas examinen y remodelen sus propios métodos de pensamiento de forma sistemática a fin de eliminar obstáculos y de llegar a establecer hábitos mentales eficaces.

Esta estrategia metodológica requiere que los alumnos y las alumnas hagan una lectura comprensiva de los problemas que se les planteen, de esta forma estamos contribuyendo al desarrollo de la competencia en educación lingüística.

Para el buen desarrollo del alumno

Teniendo en cuenta la Teoría Genética o evolutiva de Piaget (1976, 1979) y la Teoría Sociocultural de Vigostky los alumnos adolescentes se caracterizan entre otros cambios en aspectos lingüísticos: Afianzamiento del lenguaje como vehículo de pensamiento, de razonamiento lógico y regulación de la conducta.

CONTRIBUCIÓN DE LA MATERIA DE MATEMÁTICAS A LA ADQUISICIÓN DE LA COMPETENCIA LINGÜÍSTICA

En el Real Decreto 1631/2006, de enseñanzas mínimas para ESO, se indica la forma en que esta materia contribuye al proceso de adquisición de las competencias básicas. Cada materia contribuye al desarrollo de diferentes competencias y, a su vez, cada competencia se alcanza a través del trabajo en varias materias.

Especial relevancia tiene entre las otras competencias la competencia en comunicación lingüística, y no sólo por las aportaciones que haga nuestra materia a esta competencia, sino también por la importancia que tiene esta a la hora de facilitar que el alumno o la alumna sea capaz de comprender diversas situaciones que se les puedan plantear.

Las matemáticas contribuyen a la competencia en *comunicación lingüística* ya que son concebidas como un área de expresión que utiliza continuamente la expresión oral y escrita en la formulación y expresión de las ideas. Por ello, en todas las relaciones de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y en particular en la resolución de problemas, adquiere especial importancia la expresión tanto oral como escrita de los procesos realizados y de los razonamientos seguidos, puesto que ayudan a formalizar el pensamiento. El propio lenguaje matemático es, en sí mismo, un vehículo de comunicación de ideas que destaca por la precisión en sus términos y por su gran capacidad para transmitir conjeturas gracias a un léxico propio de carácter sintético, simbólico y abstracto.

En la materia de Matemáticas, esta competencia se adquiere mediante la expresión oral y escrita de las ideas, de los procesos realizados y razonamientos seguidos en la resolución de problemas, etc. Además, incrementa el vocabulario del alumno por el uso de una terminología específica, en este caso de marcado carácter simbólico y abstracto.

¿COMO TRABAJAR LA COMPETENCIA LINGÜÍSTICA?

Podemos trabajar la Competencia lingüística de distintas formas:

Actividades de lectura.

Una opción es proponer, a lo largo del curso, la lectura libros que tengan relación con las Matemáticas, podemos encontrar guías de lectura ya elaboradas que se les proporcionarán a los alumnos. Por ejemplo:

Tahan, Malba: (2000) *El hombre que calculaba*. Veron Editores.

Cerasoli, Anna: (2004) *Los diez magníficos*. Maeva.

Enzensberger, H. M.: (1997) *El diablo de los números*. Siruela.

Jordi Sierra i Fabra: (2000) *El asesinato del Profesor de Matemáticas.* Anaya.

Lectura en el aula

Otra posibilidad es: según BOJA núm. 29 de 8 de febrero 2007 que dedicar una hora semanal, o un tiempo diario en clase, para la lectura.

Ambas posibilidades están relacionadas con el plan de lectura , en aquellos centros que estén acogidos, el cual pretende facilitar a nuestros alumnos y alumnas el acceso a la lectura..

Integrandola en clase

En cuanto a esto, mi propuesta es:

Yo no dedico expresamente un tiempo a la lectura, sino que la integro dentro de la dinámica de la clase para introducir algunos conceptos aprovechando el libro de texto, primero los alumnos se van turnando leyendo, les pregunto que han entendido, y después paso a explicarlo. Proceso similar realizo cuando resolvemos problemas, y así entre todos consiguen entender lo que dice el problema.

Cumplo con la normativa, y a la vez estoy contribuyendo a la competencia aprender a aprender, y a la de autonomía e iniciativa personal, al pretender que sean capaces de utilizar el libro como instrumento de aprendizaje.

CONCLUSIÓN

"Se podría decir que hay una simbiosis entre las Competencias, especialmente le de Comunicación Lingüística y la de Matemáticas; unas beben de las otras."

El hecho de que desde nuestra materia se contribuyen a todas las competencias radica en la misma Naturaleza de las Matemáticas; de todos es sabido que las Matemáticas se han estudiado como ciencia independiente hasta hace relativamente poco, desde la Antigüedad se han desarrollado por la necesidad de avanzar de otras disciplinas: Física, Astronomía,…, que han sido las motoras de su desarrollo. Las Matemáticas no tendría sentido sin su aplicación.

A mis alumnos les digo que aprender matemáticas es como subir una escalera: si la vamos subiendo peldaño a peldaño es fácil, si pretendemos subir varios de golpe nos cuesta mucho o se hace imposible. Continuando con la metáfora, no debemos olvidar cual es el final de la escalera, pretendemos que al acabar la ESO, nuestros alumnos sigan estudiando o no, sean personas con Autonomía Personal, capaces de Aprender a Aprender, dominando los recursos TIC, capaces de una correcta compresión y expresión Lingüística; y que vean en las Matemáticas a una forma de entender el Mundo Físico, la Sociedad, Culturas y el Arte que les rodea.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cerasoli, A. (2004). *Los diez magníficos*. Madrid: Maeva.

Enzensberger, H. M. (1997). *El diablo de los números*. Madrid: Siruela.

Sierra, J. (2000). *El asesinato del Profesor de Matemáticas.* Madrid: Anaya.

Polya, G. (1982). *Cómo plantear y resolver problemas.* México. Ed. Trillas.

Piaget, J. (1976). *Psicología y Pedagogía*. Barcelona: Ariel.

Piaget, J. (1979). *La evolución intelectual entre adolescencia y la edad adulta*. Madrid: Alianza.

Tahan, M. (2000). *El hombre que calculaba*. Madrid: Verón Editores.

REFERENCIAS LEGISLATIVAS

Legislación General:

- Ley Orgánica de Educación (LOE) 2/2006 de 3 de Mayo.
- Ley de Educación de Andalucía (LEA) 17/2007.

Legislación ESO:

- Real Decreto 1631/2006 de 29 de Diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la ESO.
- Decreto 231/2007 de 31 de Julio, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes a la ESO en Andalucía.
- Orden 10/8/2007 por la que se establece el currículo para la ESO en Andalucía.
- Plan de Lectura y Bibliotecas Escolares en Centros Educativos de Andalucía. BOJA 8/2/2007.

Épsilon - *Revista de Educación Matemática* **2012, Vol. 29(1), nº 80, pp. 55-63**

LA CALCULADORA CLASSPAD COMO RECURSO DIDÁCTICO EN LAS MATEMÁTICAS DE SECUNDARIA

Lucía Vázquez Rodríguez

Resumen: *El presente trabajo está basado en el uso de la calculadora ClassPad 300 para desarrollar una unidad didáctica, concretamente una eActivity para poder trabajar directamente los contenidos de la unidad con la calculadora. No obstante, dicho uso debe estar controlado, ya que un mal uso de la calculadora puede provocar que no se asimilen los conceptos teóricos correctamente. Por lo tanto, el alumno/a debe ser preparado previamente para poder utilizar dicha herramienta, y consciente de cuál es su función en dicha tarea.*

Palabras clave: *ecuación, grado de una ecuación, solución, radical.*

Abstract: *This work is based on the use of the calculator ClassPad 300 to develop a didactic unit, namely a eActivity to work directly at the contents of the unit with the calculator. However, such use must be controlled, because misuse can cause the calculator is not properly assimilate theoretical concepts. Therefore, the student be prepared previously to use that tool, and conscious of what is their function in this task.*

Keywords: *equation, the degree o fan equation, solution, radical.*

INTRODUCCIÓN

Utilizaremos la calculadora ClassPad como herramienta para desarrollar uno de los temas del bloque de Álgebra de 4º ESO, intercalando los conceptos teóricos con ejemplos, ejercicios y problemas de aplicación.

UNIDAD DIDÁCTICA: Ecuaciones
CURSO: 4º ESO

El uso de la calculadora ClassPad en este tema será para comprobar resultados y resolver los ejercicios y problemas de forma inmediata, meditando previamente cuáles son las operaciones y pasos a seguir en su resolución. No obstante, dicho uso debe estar controlado, ya que un mal uso de la calculadora puede provocar que no se asimilen los conceptos teóricos correctamente. Por lo tanto, el alumno/a debe ser preparado previamente para poder utilizar dicha herramienta, y consciente de cuál es su función en este tema.

METODOLOGÍA

El modelo de aprendizaje que llevaremos a cabo en esta unidad didáctica será significativo. El alumno/a será el principal protagonista en el proceso de aprendizaje, marcará el ritmo de desarrollo de su propio aprendizaje, para ampliar sus capacidades y posibilidades. El profesor adoptará un papel de guía, interviniendo para resolver las múltiples dudas que vayan surgiendo, así como agente motivador del alumnado, para que estos alcancen los objetivos propuestos. Y será quien adapte el contenido teórico a las posibilidades del grupo e intercale la teoría con los ejercicios a resolver.

El único material docente, además de su cuaderno de trabajo, que va a usar el alumnado de forma regular será la calculadora ClassPad y sería conveniente que cada alumno dispusiera de una para poder trabajar de forma individual tanto en clase como en casa.

Se propondrán actividades matemáticas para desarrollar competencias en el alumnado, tanto competencias básicas como competencias matemáticas específicas que capaciten a los alumnos para utilizar el conocimiento matemático en los distintos contextos en que éste se presenta.

CONTENIDO SELECCIONADO Y SU DESARROLLO

La lista de contenidos teóricos para el tema **"Ecuaciones"** en 4º ESO (Opción A) (AA.VV., 2006) es la siguiente:

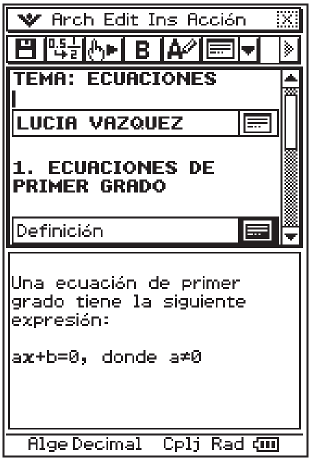
- Ecuaciones de primer grado
- Ecuaciones de segundo grado
- Ecuaciones bicuadradas
- Ecuaciones con radicales
- Resolución de ecuaciones con la x en el denominador

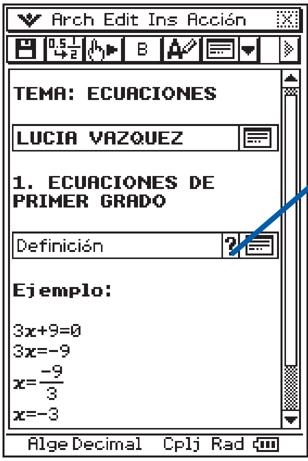
En cada uno de los bloques siguientes se desarrollaran los ejemplos teóricos contenidos en la calculadora ClassPad. Y la resolución de los ejercicios propuestos a lo largo del tema así como los propuestos al final del tema. De este modo, los alumnos/as podrán comprobar los resultados, y obtener de forma inmediata la solución de los problemas, haciendo mayor hincapié en el proceso de resolución.

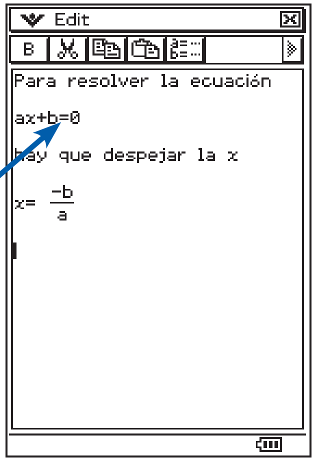
En la siguiente **eActivity** tendremos el contenido teórico, así como unos ejemplos prácticos de cada uno de los bloques y unos ejercicios propuestos para que los alumnos los hagan y comprueben resultados con la calculadora.

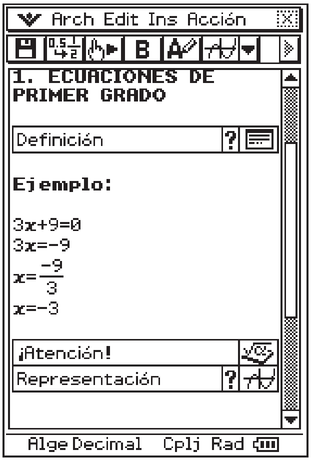
El primer y segundo bloque será de repaso, ya que las ecuaciones de primer y segundo grado se han visto en el curso anterior.

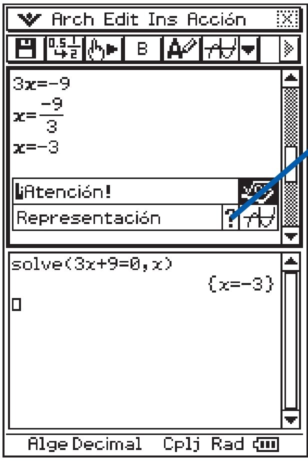
BLOQUE 1: ECUACIONES DE PRIMER GRADO

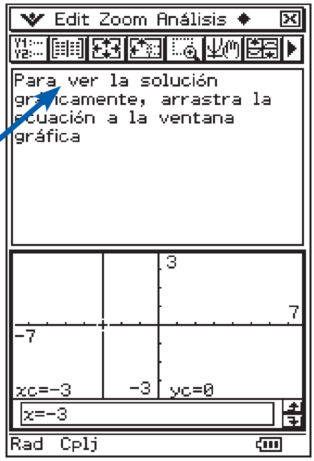


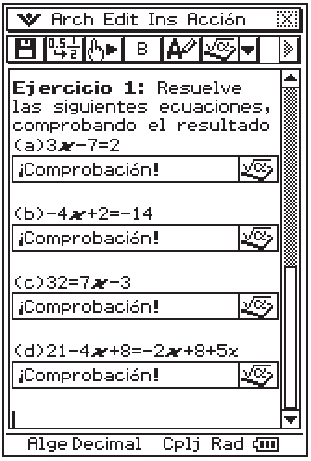


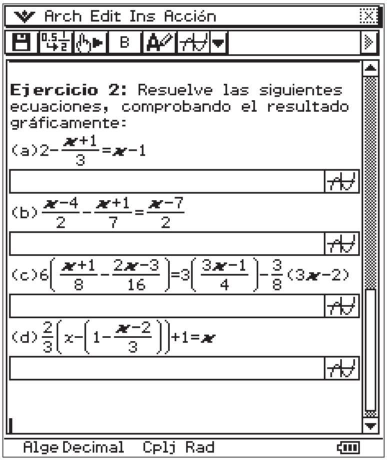




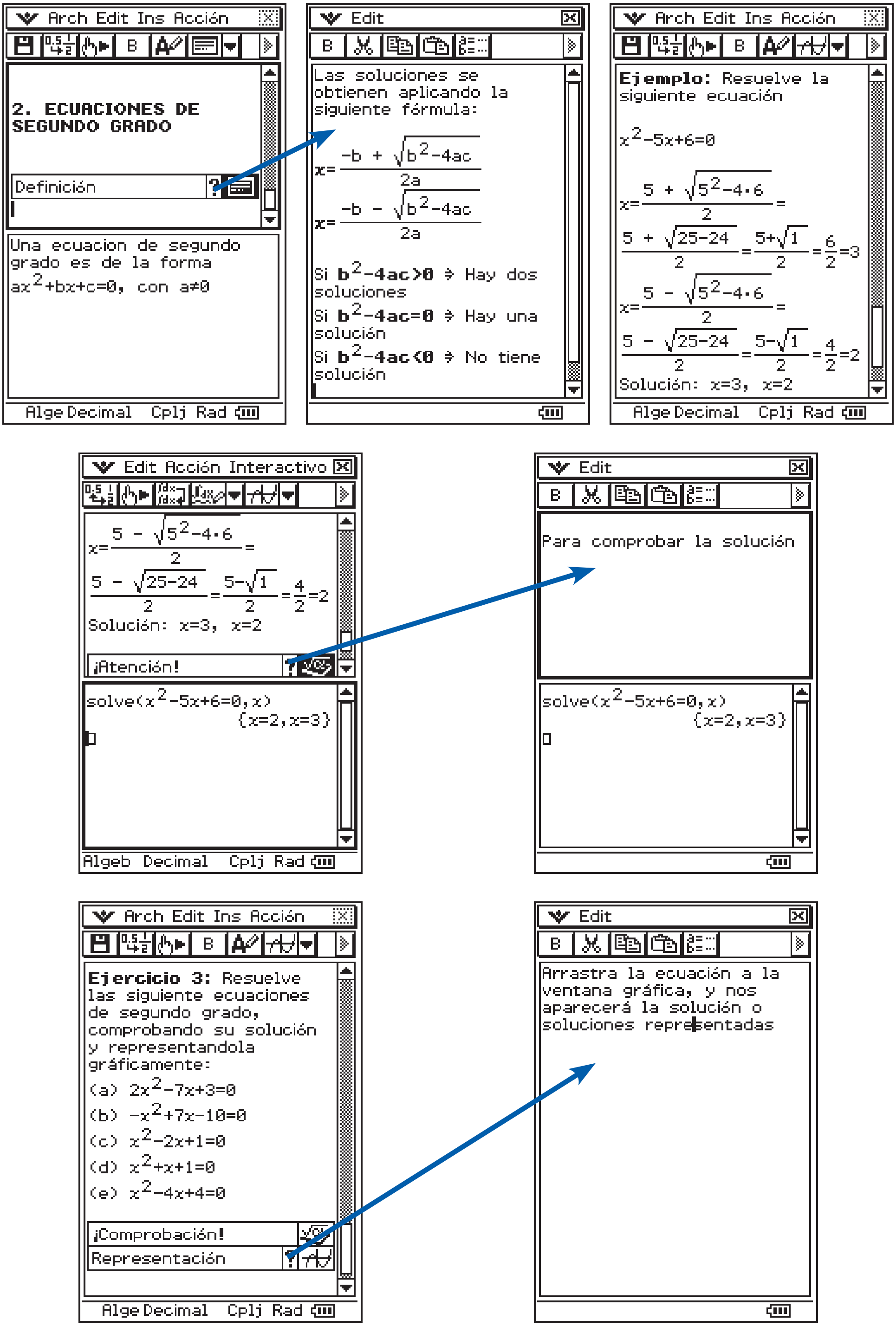


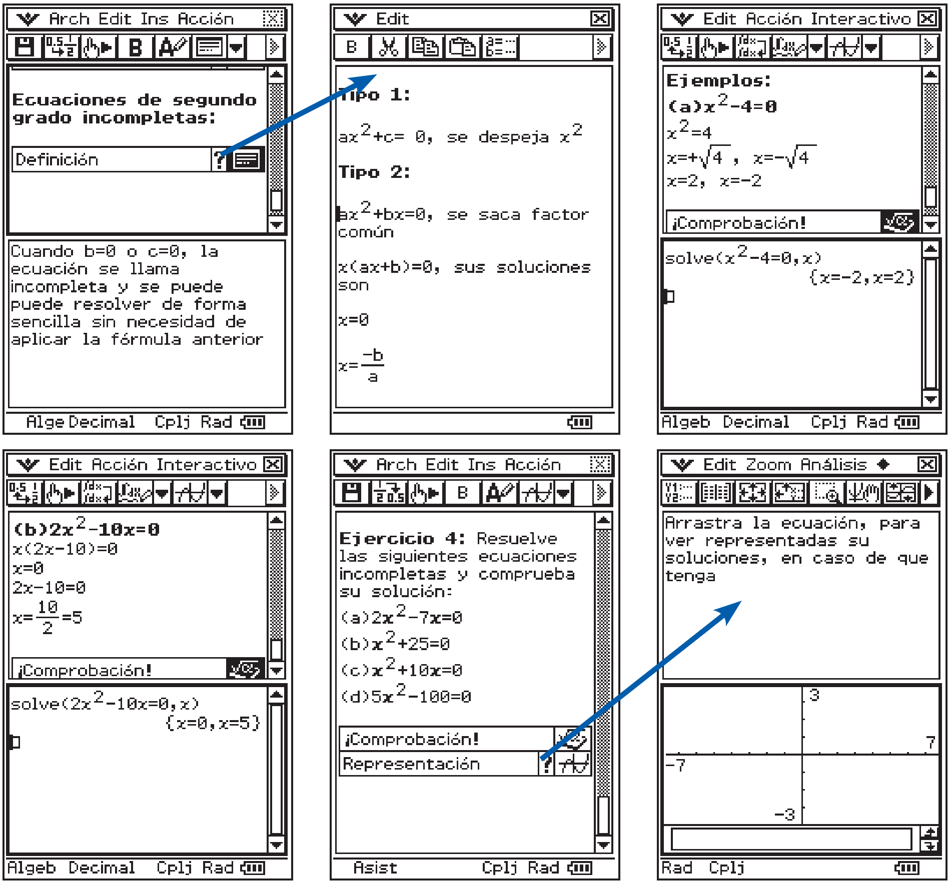




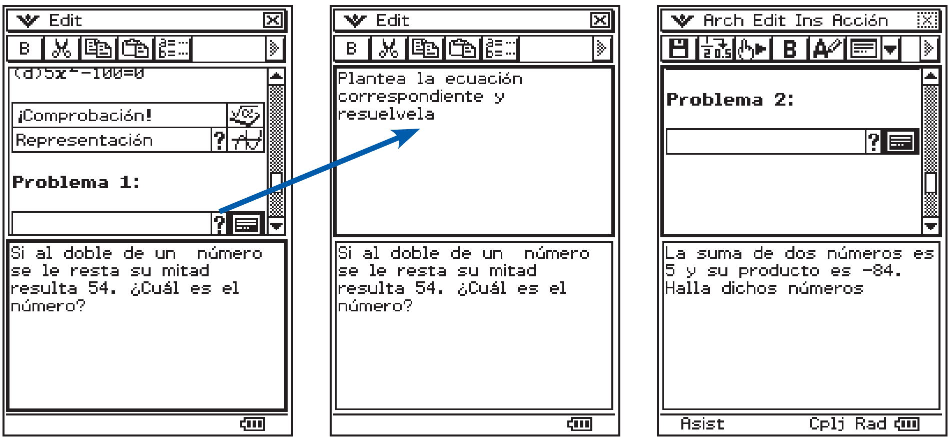


BLOQUE 2: ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

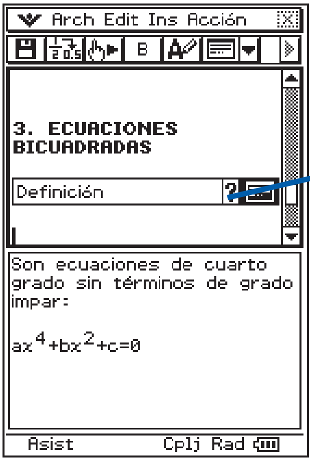


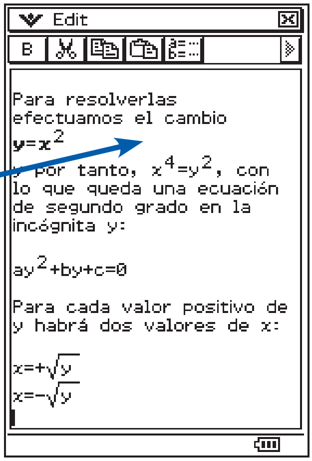


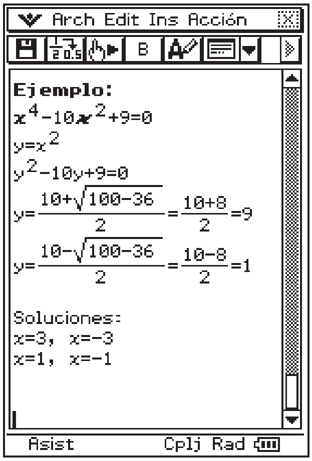
A continuación se plantean dos problemas a resolver aplicando el contenido anterior, para ello deben de plantear la ecuación a partir de los datos que proporciona el problema y resolverla, interpretando y razonando el resultado. Al final del tema se plantearan más problemas de este tipo para que el alumno/a trabaje la competencia de plantear y resolver problemas reales y de la vida cotidiana.

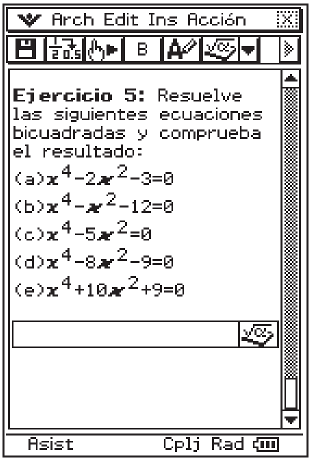


BLOQUE 3: ECUACIONES BICUADRADAS

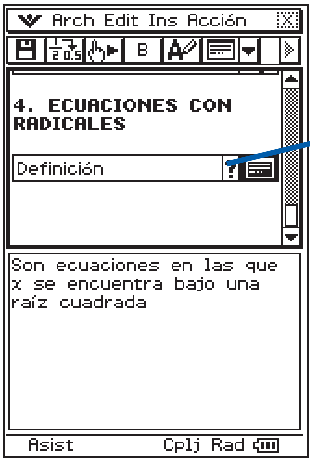


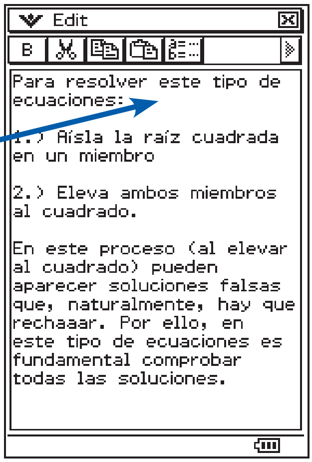


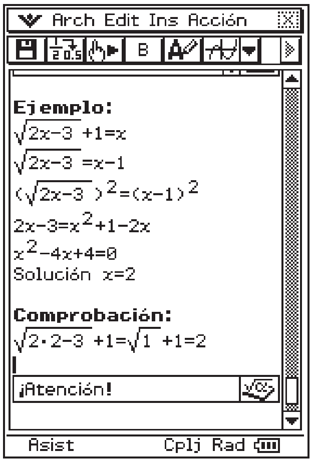


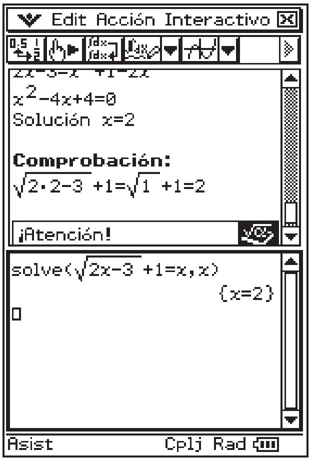


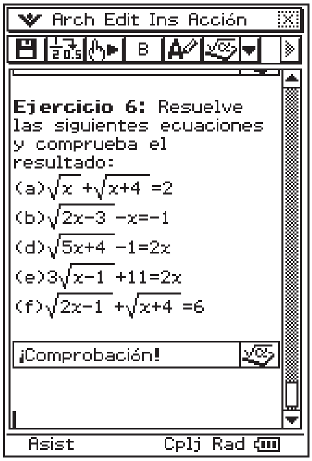
BLOQUE 4: ECUACIONES CON RADICALES



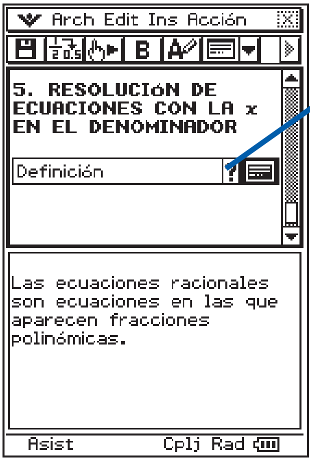


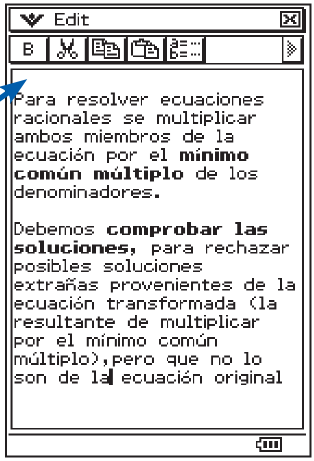


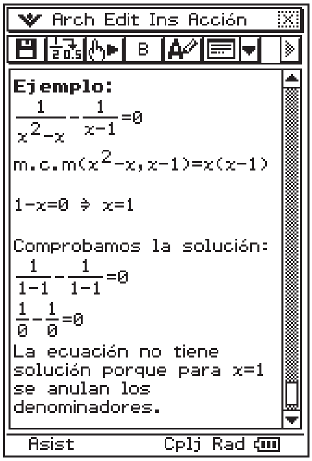


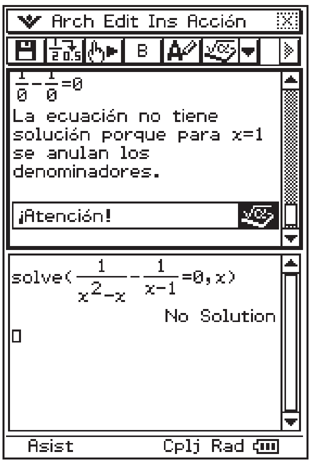


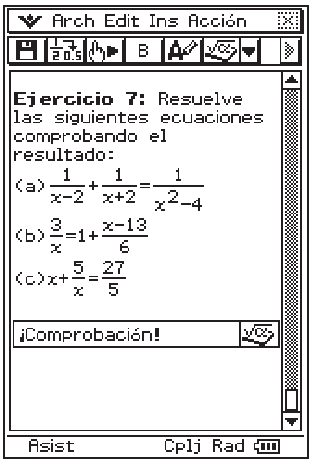
BLOQUE 5: RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CON LA X EN EL DENOMINADOR

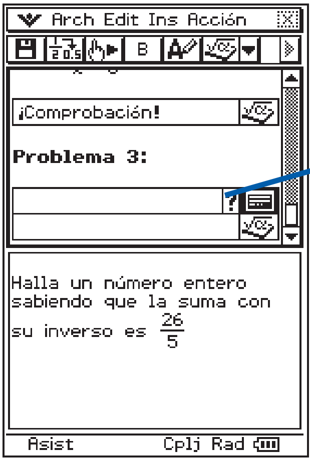


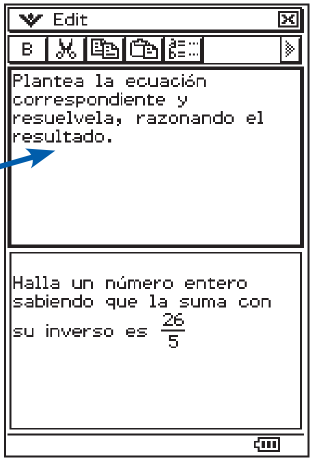


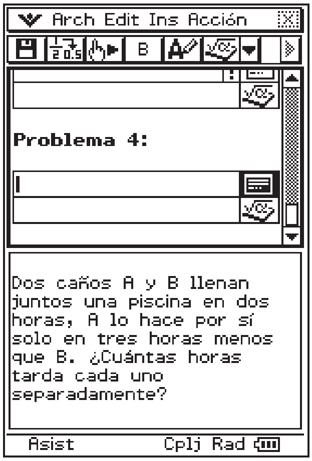




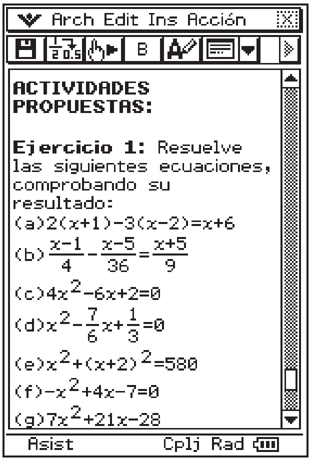


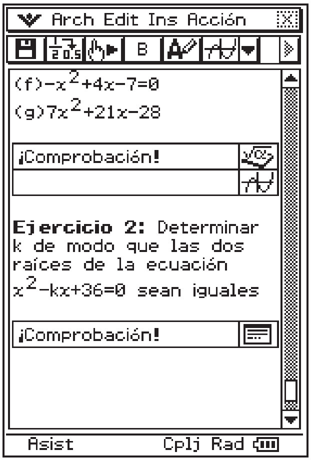


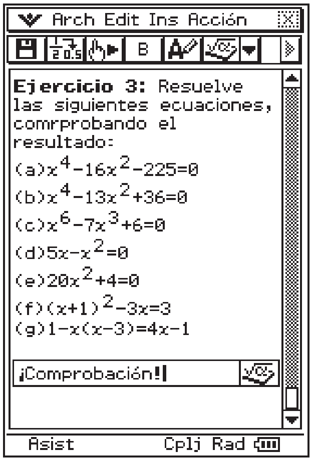


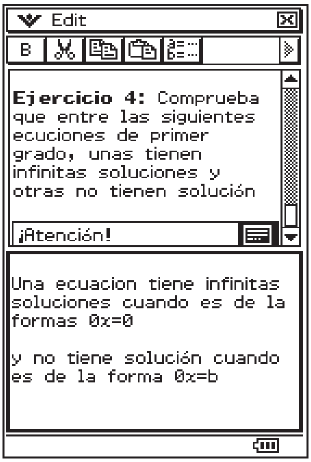


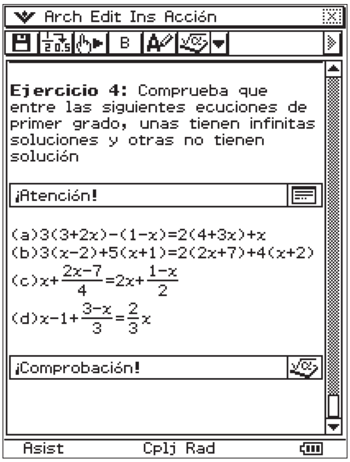
ACTIVIDADES FINALES

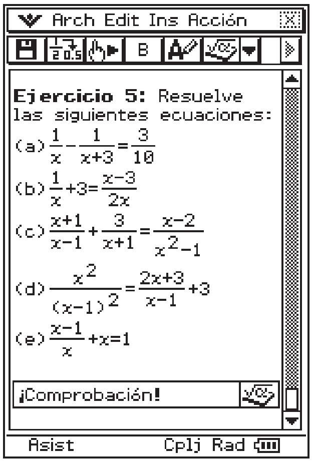


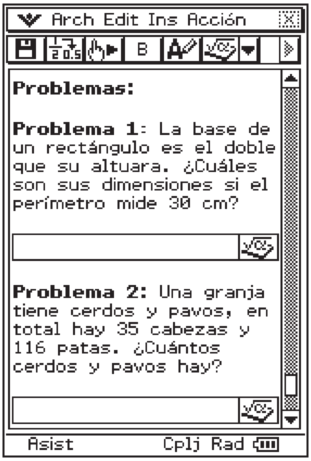


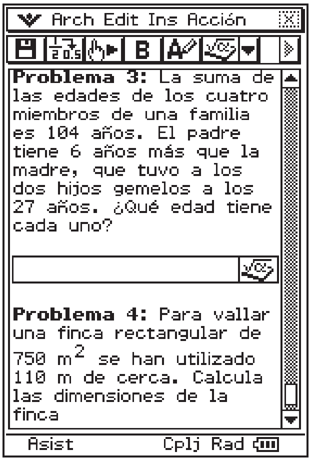


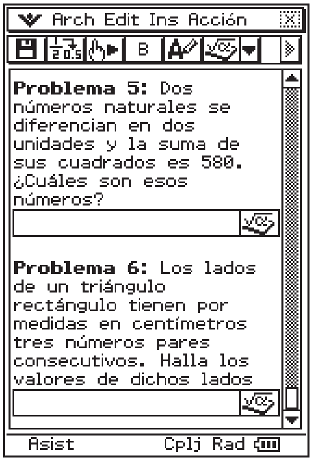












CONCLUSIÓN

Esta práctica se realizaría en clase dividiendo los contenidos en diferentes sesiones, en función del ritmo de trabajo de los alumnos/as, siendo su objetivo principal el desarrollar una unidad didáctica, en este caso “Ecuaciones”, dejando a un lado el método tradicional y proponiendo el uso de una potente herramienta matemática que puede ser de mucha utilidad. Tiene un fuerte carácter motivador, ya que el alumno/a podrá resolver otro tipo de problemas matemáticos, como pueden ser problemas de análisis, estadística, geometría,… usando la calculadora ClassPad como material de trabajo.

La evaluación de dicha práctica debe estar controlada en todo momento por el profesor, ya que un mal uso de la calculadora puede contrarrestar el buen ritmo de aprendizaje de los alumnos/as implicados en la misma.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

VV.AA. (2006). *Matemáticas 4º ESO opción B Andalucía*. Sevilla: Grazalema- Santillana.

Contreras, M. (2006). *El currículum de Matemáticas con la ClassPad 300.* Valencia: Autor.

PÁGINAS WEB:

Aula Casio: www.aulacasio.com

Abel Martín: www.aulamatematica.com

Mauricio Contreras: www.mauriciocontreras.es

MÁSTER EN MATEMÁTICAS 2012/2013

Una de las orientaciones de este máster va dirigida a la docencia, concretamente a las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) para la docencia de las Matemáticas. Son objetivos de dicha orientación:

1) Formar profesionales de la docencia de las matemáticas con gran competencia en el uso de las TIC.

2) Promover la actualización científica y la interconexión entre las diversas parcelas del saber matemático.

Esta orientación se homologa a todos los efectos administrativos para los profesores de la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía dado que hay un Convenio firmado con dicha Consejería.

Como apoyo a la docencia en general y también para facilitar el trabajo a alumnos que vivan o trabajen a gran distancia de los campus donde se imparte el máster, se hará uso del Campus Virtual, de modo que a través de Internet las asignaturas podrán seguirse cómodamente. Te adjuntamos en fichero pdf un tríptico con información completa del máster en las cinco universidades.

Puedes encontrar toda la información necesaria sobre el máster en la dirección:

http://www.ugr.es/~doctomat/

Hay 3 fases de preinscripción y matrícula. Los plazos de preinscripción son: en la primera fase, del 1 al 9 de marzo (sólo para alumnos extranjeros), en la segunda, del 2 al 30 de julio, y en la tercera, del 28 de septiembre al 2 de octubre.

La preinscripción puede hacerse telemáticamente en la dirección:
http://www.juntadeandalucia.es/innovacioncienciayempresa/sguit/
Almería: **http://cms.ual.es/UAL/universidad/serviciosgenerales/tercerciclo/index.htm**
Cádiz: **http://www.uca.es/posgrado/masteres-oficiales**
Granada: **http://escuelaposgrado.ugr.es/**
Jaén: **http://viceees.ujaen.es/postgrado**
Málaga: **http://www.pop.uma.es/**
http://www.uca.es/posgrado/masteres-oficiales

Épsilon - *Revista de Educación Matemática* **2012, Vol. 29(1), nº 80, pp. 65-73**

UNA PROPUESTA PARA UTILIZAR LA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS EN LAS CLASES DE PRIMARIA Y SECUNDARIA

Juan Núñez Valdés
María Luisa Rodríguez Arévalo
Departamento de Geometría y Topología. Facultad de Matemáticas
Universidad de Sevilla

Resumen: *En este artículo, los autores proponen a los profesores de Matemáticas, principalmente de 5º y 6º de Primaria y 1º de Secundaria, la posibilidad de usar la Historia de las Matemáticas como recurso metodológico en sus clases, pero entendida ésta no como una simple enumeración de datos deslavazados e independientes unos de otros, sino considerados como un núcleo central de la asignatura, a utilizar continuamente en los distintos capítulos de la misma. Como ejemplo, los autores muestran lo que podría seguirse en alguno de estos cursos aprovechando la historia de Pitágoras y el funcionamiento de la Escuela Pitagórica en general.*

Palabras clave: *Recursos metodológicos. Teorema de Pitágoras, Historia de las Matemáticas, la mujer en la Escuela Pitagórica.*

Abstract: *This paper offers teachers in the fifth and sixth year of Primary Education and first year of Secondary Compulsory Education the possibility to use the history of Mathematics as a methodological resource in the classroom. The use of the history of Mathematics is not understood as a list of unrelated and independent pieces of information, but rather as a central core of the subject to be continuously applied throughout the academic year. For example, this paper presents how to apply the history of Pythagoras and the way the Pythagorean School worked.*

Keywords: *Methodological resources, Pythagorean Theorem, History of Mathematics, Pythagorean School.*

INTRODUCCIÓN

Uno de los recursos metodológicos que el profesorado de Matemáticas de cualquier nivel puede utilizar en sus clases consiste en aprovechar el interés que suele producir la narración y posterior explicación comprensiva de determinados hechos de la Historia de las Matemáticas, que estén relacionados bien con el contenido del tema que vaya a comenzar a explicar, bien con el matemático o matemática que lo descubrió. Por descontado, siempre adaptada esta narración a la edad de los alumnos a los que se dirige. Sin embargo, este recurso, afortunadamente utilizado cada vez con mayor frecuencia por el profesor de esta disciplina en los últimos cursos de Secundaria y en los de Bachillerato, no suele ser tónica habitual en las clases de Primaria o primeros cursos de Secundaria y desde luego, tampoco en el sentido que los autores deseamos darle a esta utilización de la Historia de las Matemáticas, como herramienta metodológica, en esta comunicación.

La propuesta que planteamos al profesorado de Matemáticas de los niveles de Primaria y Secundaria, principalmente de los últimos cursos del primero y de todos los del segundo, es la de utilizar en sus clases, como herramienta metodológica, la Historia de las Matemáticas, pero no como una simple enumeración de datos deslavazados e independientes unos de otros, sino como un núcleo central de la asignatura, a utilizar continuamente en los distintos capítulos de la misma, que vertebre a manera de marco común, la explicación por parte del profesor a los alumnos de los distintos temas de la misma asignatura. Este recurso podría asimismo ser utilizado también por el profesor para desarrollar las diferentes competencias que debe tratar en la explicación de la asignatura, así como para fomentar la tan deseada interdisciplinaridad entre las diferentes materias de Primaria o de Secundaria.

En este artículo, y a modo de ejemplo, ya que naturalmente podría recurrirse a muchísimos otros, los autores plantean servirse de los conocimientos que la Historia de las Matemáticas pueden aportar sobre la Escuela Pitagórica en general, y sobre Pitágoras en particular, que pueden ser comentados de forma parcial por el profesor en los diferentes capítulos de los que consta la asignatura en cada curso, como pueden ser, por ejemplo, como preludio a la explicación del Teorema que lleva ese nombre en las clases de Geometría de los últimos cursos de Primaria y de los primeros de Secundaria, en las clases dedicadas a los números naturales, en las dedicadas a la divisibilidad y en las que se desea introducir el concepto de número irracional. Asimismo, y al efecto de motivar particularmente a las alumnas (sin pretender con ello entrar en ningún tipo de diferencias de género), el profesor puede también aportar los datos que aquí se indican sobre la contribución que hicieron algunas mujeres al desarrollo de esta Escuela, todo ello con el fin de aumentar el interés y la motivación y despertar la curiosidad de los alumnos y alumnas de estos niveles a la hora de explicarles la asignatura. En cualquier caso esta propuesta también serviría al profesorado de los últimos cursos de Secundaria y de Bachillerato.

Se comentan entonces a continuación, en las distintas secciones de este artículo, los datos más conocidos sobre el funcionamiento de la Escuela Pitagórica y sobre los descubrimientos matemáticos de sus miembros, que el profesor podría aprovechar para irlos incorporando poco a poco y adecuadamente al tema que se explique cada día, de forma que estos datos constituyan el hilo conductor de la historia a través de la cual se van a explicar las distintas partes de la asignatura.

LA ESCUELA PITAGÓRICA

A pesar de que actualmente este hecho no esté aún absolutamente confirmado, parece ser que la *Escuela Pitagórica* fue fundada en el siglo V a. C. por el célebre filósofo y matemático griego *Pitágoras* (Samos, 572 a.C.-Metaponto, 497 a.C.) en Crotona, en el sur de Italia.

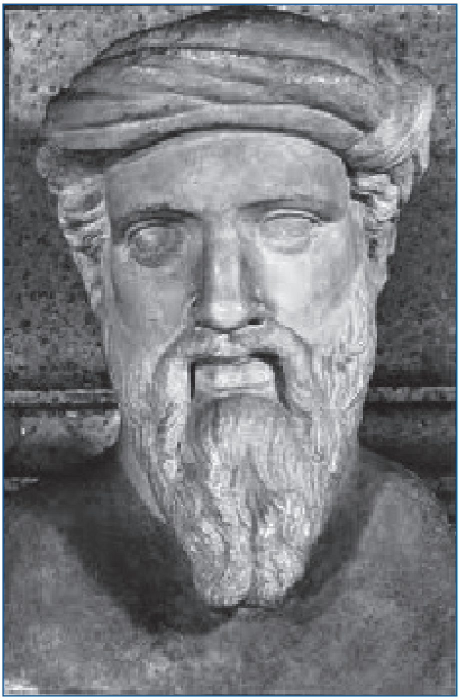


Figura 1. Pitágoras de Samos (Fuente: Aznar, 2007).

La Escuela Pitagórica tuvo muchos seguidores que obedecían ciegamente a su maestro: el venerado Pitágoras. Todos ellos debían esperar varios años antes de ser presentados al maestro y tenían obligación de guardar siempre estricto secreto acerca de las enseñanzas recibidas. Algunos, los más antiguos y considerados, tenían que renunciar a sus pertenencias personales, que donaban a la Escuela, abstenerse de comer ciertos alimentos y observar el celibato, viviendo todos ellos en completa comunidad de bienes. Otros, los iniciados, tenían menos obligaciones, aunque como a los primeros, no les estaba permitido tampoco atribuirse o compartir sus conocimientos a otras personas ajenas a la misma.

Una de las reglas de la Escuela decía que: “Todos los hermanos de la orden deben observar una estricta lealtad y secreto”. De ahí el secretismo que siempre ha envuelto a esta Escuela, hasta el punto de que todos sus descubrimientos se transmitían por vía oral y que todo se atribuyese al propio *Pitágoras*, incluido el famoso Teorema que lleva su nombre, por lo que no se sabe en realidad quiénes de los miembros de la Escuela fueron los autores materiales de los descubrimientos matemáticos de la misma. (Figura 2).

Con el paso del tiempo, los enfrentamientos y hostilidades producidas por este secretismo provocaron la ruina de la Escuela y el exilio de sus miembros. El propio Pitágoras tuvo que huir a Metaponto. Pueden consultarse fuentes muy completas y detalladas sobre la historia de esta Escuela en variadas fuentes (Pulido, s. f.; Aznar, 2007; O’Meara, 1989)

ALGUNOS DESCUBRIMIENTOS MATEMÁTICOS DE LA ESCUELA PITAGÓRICA

Comentamos en esta sección algunos de los descubrimientos matemáticos realizados por los miembros de la Escuela, que el profesor puede contarles a los alumnos de los últimos cursos de Primaria y primeros de Secundaria, por ser fácilmente entendibles por ellos.

Figura 2. La Escuela Pitagórica (Fuente: La Escuela Pitagórica. s.f.).

Para los pitagóricos, la Matemática era la ciencia por excelencia y su lema era "*el número es el principio de todas las cosas*". Por eso hacen una primera distinción entre tipos de números y los agrupan en dos tipos claramente diferenciados: los *números impares* (considerados masculinos) y los *números pares* (femeninos).

Además de esto, los pitagóricos introdujeron los denominados *números amigos* y *números perfectos.* Se les puede explicar a los alumnos que dos números amigos son dos números (quizás a este nivel no sea necesario comentar el que estos números deben ser enteros positivos) tales que cada uno de ellos es la suma de los divisores del otro menores que él (los que se denominan divisores propios, término que tampoco es necesario comentar por el momento).

Como ejemplo, 220 y 284 fue la primera pareja de números amigos descubierta por los pitagóricos. Nótese que ambos números son amigos, ya que los divisores de 220 (sin contarlo a él mismo) son 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 y 110, que suman 284, mientras que los divisores de 284 (igualmente sin contarlo a él mismo) son 1, 2, 4, 71 y 142, que suman 220.

Al respecto, y aunque separándonos un poco de los niveles considerados en esta comunicación, el profesor de Matemáticas de los últimos cursos de Secundaria y de

Bachillerato también puede narrarles a sus alumnos la historia inicial, añadiéndoles que tuvieron que pasar más de dos mil años para que otro insigne personaje, Pierre de Fermat, descubriese la segunda pareja de números amigos: 17296 y 18416. Posteriormente, Descartes obtuvo la tercera pareja, formada por el 9.363.584 y el 9.437.056. Y más tarde, el famoso matemático suizo Leonhard Euler (1707 – 1783) llegó a obtener hasta 59 parejas más. Y como anécdota, comentar que a todos ellos se les escapó una pareja intermedia de números comprendidos entre 1100 y 1300, que también son amigos. Esta última observación podría ser aprovechada por el profesor para proponerles a sus alumnos que la encuentren.

Por otra parte, un número es perfecto cuando es igual a la suma de sus divisores excepto él mismo; por ejemplo, el número 6 es un número perfecto porque 6 = 1 + 2 + 3. En (Pulido), el profesor puede encontrar una deliciosa información sobre la historia de estos números, que también puede narrar a sus alumnos. En esa página pueden leerse los siguientes párrafos:

Los primeros cuatro números perfectos, 6, 28, 496 y 8128 parecen haber sido conocidos desde los tiempos más antiguos a pesar de que no existe ninguna prueba de estos descubrimientos:

$6 = 1 + 2 + 3,$

$28 = 1 + 2+ 4 + 7 + 14.$

$496 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124+ 248$

$8128 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 127 + 254 + 508 + 1016 + 2032 + 4064.$

La primera información que se tiene referente a estos números aparece en los *Elementos* de Euclides, escritos alrededor del año 300 a. de C. Después, el siguiente autor que estudió estos números fue Nicómaco de Gerasa, sobre el año 100 d. C., en su libro *Introductio Aritmética*.

En ese libro, Nicómaco clasifica los números en tres clases, *los números superabundantes*, que poseen la propiedad de que la suma de sus partes divisibles (que son sus divisores excepto él mismo) es mayor que el propio número (por ejemplo el número 12 $(1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16 > 12)$); *los números deficientes*, que tienen la propiedad de que la suma de sus partes divisibles es menor que el número, como el número 8 por ejemplo $(1 + 2 + 4 = 7 < 8)$ y los ya comentados *números perfectos*, que tienen la propiedad de que la suma de sus partes divisibles es igual al mismo número.

Nicómaco aporta varios resultados que cumplen los números perfectos. Entre ellos, los siguientes pueden ser fácilmente entendibles por los alumnos de los niveles considerados, excepto, lógicamente el cuarto, que puede ser considerado para los alumnos de niveles superiores:

1) El enésimo número perfecto posee n dígitos. Así, por ejemplo, el segundo, que es 28, tiene dos dígitos y el cuarto, 8128, cuatro.

2) Todos los números perfectos son pares.

3) Todos los números perfectos terminan de forma alternativa en 6 y en 8.

4) Cada número perfecto es de la forma $2^{k-1}(2^k - 1)$, para algún $k > 1$, donde $2^k - 1$ es un número primo (esta propiedad quizás sea algo elevada para los niveles considerados).

5) Hay infinitos números perfectos.

Volviendo ahora de nuevo a los descubrimientos realizados por los pitagóricos, el profesor también les puede comentar a los alumnos la conocida *regla de Pitágoras*, para calcular el cuadrado de un número, a partir del siguiente procedimiento:

El primer número impar es: 1. El número 1 tiene por cuadrado: 1.

Los dos primeros números impares son: 1,3. El cuadrado del número 2 es: 1+3= 4.

Los tres primeros números impares son: 1,3,5. El cuadrado de 3 es*: 1+3+5= 9.*

Los cuatro primeros números impares son: 1,3,5,7. El cuadrado de 4 es*: 1+3+5+7=16, y así sucesivamente.*

Según lo ya comentado en la Introducción, aprovechamos también aquí para decir que cuando se les recuerda a los alumnos ya de Secundaria o Bachillerato el Teorema de Pitágoras, puede ser bueno también utilizar este recurso de la Historia de las Matemáticas. Se les puede comentar que el secreto más celosamente guardado por los pitagóricos fue el descubrimiento de los *números irracionales,* a partir del triángulo rectángulo con dos catetos de longitud 1. Evidentemente, al tratar de medir la diagonal de un cuadrado de lado unidad por medio del Teorema, a los pitagóricos les salía un número (raíz cuadrada de 2) no contemplado por ellos y que echaba abajo prácticamente toda su filosofía.

Muy a su pesar entonces, los pitagóricos no tuvieron más remedio que reconocer, cambiando adecuadamente la longitud del lado de esos cuadrados, la existencia de unos números, como la anteriormente indicada raíz cuadrada de 2, que eran inconmensurables, y que daban lugar a un nuevo tipo de números, *los irracionales*. Sin embargo, los pitagóricos nunca llegaron a revelar este hecho, y era considerado falta grave hacerlo, puesto que el hecho de que un segmento limitado tuviese un número infinito de puntos hacía entrar en crisis toda su construcción filosófica. Al respecto, se cuenta que uno de los miembros de la Escuela, Hipaso de Metaponto, lo reveló y fue castigado ahogándose en un naufragio (veáse Centrone, 2000).

LAS MUJERES EN LA ESCUELA PITAGÓRICA

Realizamos a continuación un breve comentario sobre la actuación de algunas mujeres en la Escuela Pitagórica. Esta narración puede servirle al profesor para que sobre todo sus alumnas se motiven, al ver que las mujeres fueron también personas importantes en la Escuela y que de hecho, una vez fallecido Pitágoras, fue su mujer, Teano, y sus tres hijas, Damo, Mya y Arignote, las que continuaron su labor, dirigiendo la Escuela y expandiéndola por otros territorios (Valdés y Rodríguez, 2011).

Puede empezarse comentando que aunque en aquella época la mujer estaba marginada de las actividades científicas, en la Escuela Pitagórica no existían prejuicios ni discriminaciones y no se distinguía entre formación masculina o femenina. Por ello, no es extraño que en el libro "*Vida de Pitágoras" el historiador Jámblico incluya un* listado de 32 estudiantes de la Escuela Pitagórica, en el que figuran 17 mujeres, aunque curiosamente, entre ellas no figuran como tales ni Arignote ni Damo, hijas junto con Mya, de Teano y Pitágoras para la mayoría de investigadores (Erroreshistoricos.com, s. f.)

Esta relación de mujeres es la siguiente:

Babelyka de Argos,
Boio de Argos,
Cheilonis,
Echekrateia de Phlius,
Ekkelo de Lukania,
Habrotelia de Tarento,
Kleaichma,
Kratesikleia,
Lasthenia de Mantinea,
Myia,
Okkelo de Lukania,
Peisirrhode de Tarento,
Philtys,
Theadusa de Esparta,
Teano de Crotona,
Timycha,
Tyrsenis de Sybaris.

De ellas, de la que se tiene más conocimiento es de Teano, nacida en Crotona, en el año 546 a.C., mujer del propio Pitágoras y madre de sus hijas Damo, Arignote y Myia. Puede consultarse una biografía bastante completa sobre ella, de la que poder sacar más información para ser comentada a los alumnos, en Núñez, Rodríguez, Olivares y Silvero (2010). Para muchos autores, Teano es considerada la *primera mujer matemática de la antigüedad* (s. VI a.C.).

Figura 3. Teano enseñando en la Escuela (Fuente: Mujeres matemáticas, s.f.).

ALGUNAS CONCLUSIONES

Como ya se ha indicado, uno de los objetivos de este artículo ha sido poner de manifiesto la posibilidad de usar la Historia de las Matemáticas como recurso metodológico por parte del profesorado a la hora de explicar la asignatura de Matemáticas a los alumnos/as de 5º y 6º de Primaria y 1º curso de Secundaria, pero siempre considerándola como un núcleo central de la asignatura, cuyas diferentes partes se pueden ir comentando en relación con los contenidos matemáticos que se vayan introduciendo en la misma, y nunca como una mera transmisión de datos deslavazados e independientes entre sí. Se ha elegido para ello el tema del Teorema de Pitágoras y se ha mostrado la información sobre la Escuela Pitagórica en general, y sobre las mujeres de la misma en particular que, a nuestro juicio, el profesor puede utilizar para comentar en clase y despertar con ello la curiosidad y el interés de sus alumnos.

Figura 4. Algunos libros de Historia de las Matemáticas.

No cabe la menor duda de que en la actualidad, la mayoría de los alumnos muestra un gran desinterés y falta de atención por sus clases, por lo que cualquier herramienta que se utilice que logre disminuir ese desinterés y esa apatía tiene que ser bienvenida y en nuestra opinión, tanto el conocimiento de la Historia de las Matemáticas, centrado particularmente en este caso en la Escuela Pitagórica y en sus miembros, como el de nuevas técnicas y recursos, siempre debe ser una aspiración a utilizar por los profesores de cualquier disciplina, tanto actuales como futuros. Esperemos haber conseguido ambos objetivos con la elaboración de este artículo.

REFERENCIAS

Aznar, E. (2007). *Pitágoras, matemático y filósofo griego*. Recuperado de http://www.ugr.es/~eaznar/pitagoras.htm

Centrone, B. (2000). Hippasos de Métaponte. En R. (Ed-): *Dictionnaire des philosophes antiques, Vol. 3 (pág.753-755)*. CNRS Éditions.

Erroreshistoricos.com (s. f.). La primera mujer matemática: Teano. Recuperado de http://www.erroreshistoricos.com/curiosidades-historicas/la-primera-vez-en-la-historia/1112-la-primera-mujer-matematica-teano.html

Núñez, J., Olivares, A., O'Meara, P. J. (1989). *Pythagoras Revived*. Clarendon Press, Oxford.

Pulido, F. M. (s. f.). Biografía de Pitágoras de Samos. Recuperado de http://www.astroseti.org/articulo/3516/biografia-de-pitagoras-de-samos.

Rodríguez, E. y Silvero, M. (2010). Enheduanna, Teano y Aglaonike, precursoras de Hipatia. *Boletín de la Sociedad Puig Adam de Profesores de Matemáticas*, 85, 45-57.

Valdés, J. N. y Rodríguez, M. L. (2011). Las mujeres en la escuela pitagórica. *Premisa, 13*(49), 3-15.

UNIVERSIDAD DE GRANADA
Dto. Didáctica de la Matemática

MÁSTER OFICIAL en DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA 2012-13

La Universidad de Granada, a través del Departamento de Didáctica de la Matemática, viene impartiendo desde el curso 2007-2008 el programa de **Máster en Didáctica de la Matemática**, adaptado a la normativa del Espacio Europeo de Educación Superior.

Se trata de un Programa Oficial de Posgrado, orientado a la formación inicial de investigadores en Didáctica de la Matemática, que recoge la experiencia académica y formativa del programa de doctorado iniciado en 1988. Dicho programa de doctorado recibió Mención de Calidad por el Ministerio de Educación y Ciencia para los cursos 2007-2008 a 2009-2010.

Mas información en:
http://masteres.ugr.es/didacticamatematica/

Épsilon - Revista de Educación Matemática **2012, Vol. 29(1), nº 80, pp. 75-81**

ACTIVIDADES SOBRE EL TAMAÑO DE LA LUNA Y SU DISTANCIA A LA TIERRA

Beatriz Galán Luque
Natividad Adamuz-Povedano
Universidad de Córdoba

INTRODUCCIÓN

Una de las estrategias para realizar actividades que motiven a nuestros alumnos parte de hallar temas que se relacionen con situaciones cotidianas y si a ello podemos agregar algún toque de historia, seguramente lograremos despertar su interés más allá de la propia clase de matemáticas.

Dada la relación histórica existente entre la astronomía y la trigonometría, se ha elaborado esta actividad basada en el cálculo del tamaño de la Luna, así como en la distancia entre ésta y la Tierra. Se ha escogido este tema por considerarse la astronomía un tema desconocido, a la vez de muy llamativo, para el alumnado de Secundaria. Las propuestas de actividades de clase que conectan astronomía y matemáticas son usuales entre el profesorado en activo (Fernández, 1989; Arenzana y Trigo, 1994) como en la formación de los mismos (Navarrete, 1998).

UN POCO DE HISTORIA

Aristarco de Samos vivió en el periodo comprendido entre el 310 y el 230 a.C. Aunque resulta muy escasa la información que se conoce de su vida, se sabe que en su época fue llamado "el matemático", y citado como uno de los pocos hombres que tenía un profundo conocimiento de todas las ramas de la ciencia: astronomía, geometría, música, etc. No obstante, su faceta más desarrollada fue la de astrónomo, ya que es el responsable de extender la validez de las matemáticas a la totalidad del universo, empleando sus conocimientos para estudiar los cuerpos celestes.

La información que conocemos acerca de sus estudios está determinada por citas de otros autores halladas en textos posteriores, y por la única obra suya que ha llegado hasta nosotros: "*Sobre los tamaños y las distancias del Sol y la Luna*" (aprox. 270 a.C.). De éste modo, Aristarco fue pionero en escribir una obra para calcular los tamaños del Sol y la Luna relacionándolos con el tamaño de la Tierra, así como las distancias que existen entre ellos (Massa, 2007).

Hay unanimidad en afirmar que Aristarco fue de los primeros en plantear ideas heliocéntricas sobre del Universo, anticipándose a Copérnico. Sin embargo, en su obra utilizó la teoría geocéntrica. Se dice que es probable que la hipótesis heliocéntrica surgiera al comprobar que el Sol es mucho más grande que la Tierra y la Luna, y que se encuentra mucho más lejos de la Tierra que la Luna.

Aristarco desarrolló un método que permite hallar los tamaños de la Luna y el Sol, a partir del radio de la Tierra, pero en su época este dato era una incógnita. Fue en el año 200 a.C. (aprox. 70 años después de la publicación de su obra), cuando el también matemático y astrónomo Eratóstenes proporcionó una primera estimación del tamaño de la Tierra, RT = 6.366 km (Barceló, n.d.).

El método de Aristarco proporcionó una primera estimación del tamaño de nuestro sistema solar, sin embargo, todo ello sería repetido más tarde por Hiparco y Ptolomeo, quienes se aproximaron más a los valores que conocemos hoy día.

MODELO GEOCÉNTRICO DEL UNIVERSO

Aunque Aristarco fue el propulsor del modelo heliocéntrico, en la época en la que desarrolló este estudio el modelo de Universo impuesto era el geocéntrico, es decir:

- La Tierra se encuentra en reposo y es la Luna la que gira en torno a ella, con un período de 29,53 días.
- El Sol también gira alrededor de la Tierra, que permanece inmóvil, y completa una vuelta en un período de 1 año.

Para llevar a cabo su estudio, Aristarco, además, impuso una serie de hipótesis que simplificaban el modelo geocéntrico:

- La Tierra, la Luna y el Sol tienen forma esférica.
- Las órbitas de la Luna y del Sol son perfectamente circulares.
- El radio de la órbita del Sol es mucho mayor que el de la Luna, por lo cual podemos considerar que sus rayos de luz se mantienen paralelos entre la Luna y la Tierra.

Actividad Propuesta Nº 1:

Realiza un esquema geométrico del universo siguiendo el modelo geocéntrico, quedando reflejadas las características e hipótesis simplificadoras anteriormente citadas.

Observaciones previas: Antes de comenzar con el desarrollo del estudio llevado a cabo por Aristarco, fue necesario el cálculo previo de la velocidad angular con que se mueve la Luna, que será utilizado como dato de partida para desarrollos posteriores.

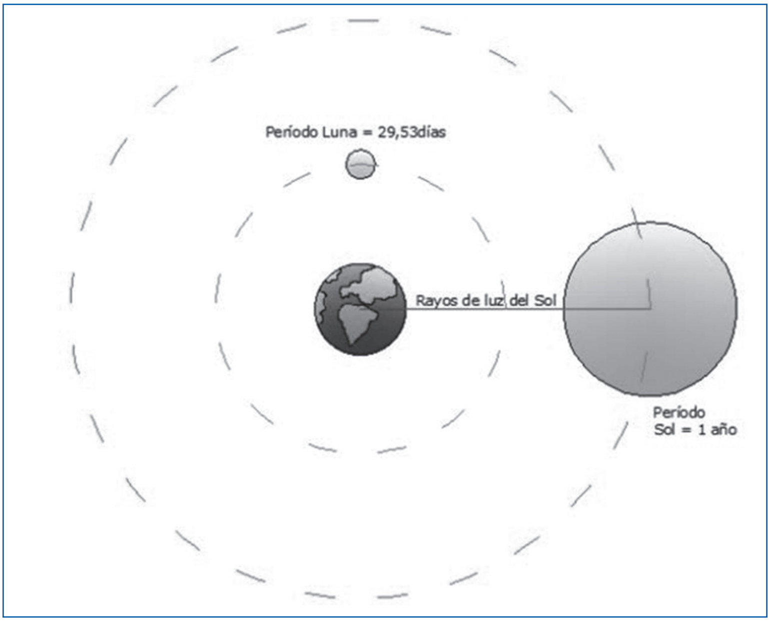


Figura 1: Modelo geocéntrico del Universo

Para ello, con la simple ayuda de un transportador de ángulos Aristarco midió el ángulo con que se ve la Luna desde la Tierra, concluyendo que dicho ángulo era del orden de 0,5°. Una vez conocido su tamaño angular, observó el tiempo que tardaba la Luna en atravesar una estrella fija, obteniendo como resultado 1 hora. Por tanto, el valor de la velocidad angular de la Luna en su movimiento a lo largo de su órbita se fijó en 0,5°/hora.

Actividad Propuesta Nº 2:

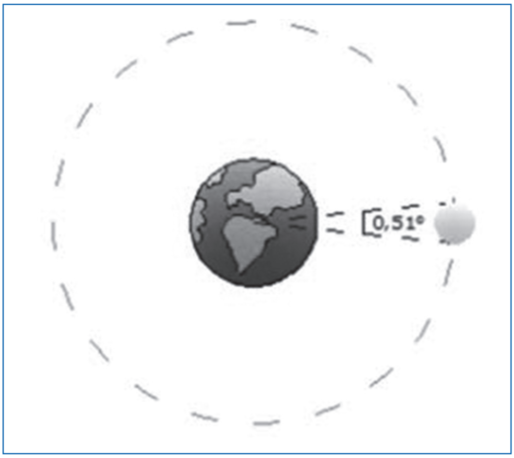


Figura 2: Tamaño angular de la luna

Compara el valor de la velocidad con que se mueve la Luna por el fondo de las estrellas fijas hallado por Aristarco con la ayuda de un transportador de ángulos, con el que podemos obtener haciendo cálculo directo a partir de la duración de la revolución de la Luna alrededor de la Tierra. ¿Qué observas?

La luna recorre 360º en 29,53 días:

$$\omega = \frac{360°}{29{,}53\text{días} \cdot \frac{24\,\text{h}}{1\,\text{día}}} = 0{,}51°/\text{h}$$

TAMAÑO DE LA LUNA

Aristarco comparó el diámetro de la Luna con el diámetro de la Tierra, a partir de observaciones realizadas durante un eclipse lunar de máxima duración. Considerando, para ello, que:

- El tamaño de la Tierra es el mismo que el tamaño de su sombra proyectada sobre la Luna, porque el Sol se supone a distancia infinita.
- La Luna gira alrededor de la Tierra con una velocidad angular conocida (0,51°/h).

Basándose en lo anterior, observó que la Luna tarda en atravesar el borde de la sombra de la Tierra una hora, y unas tres horas en aparecer por el borde opuesto. Lo que le permitió concluir que el diámetro de la Tierra es tres veces mayor que el diámetro de la Luna.

Actividad Propuesta Nº 3:

Infórmate de cuál es la característica de un eclipse lunar de máxima duración, y a partir de ahí realiza un esquema de lo anteriormente descrito donde quede también reflejada la conclusión de Aristarco de que el diámetro de la Tierra es tres veces mayor que el de la Luna. ¿Podrías afirmar que también se cumple para los radios?

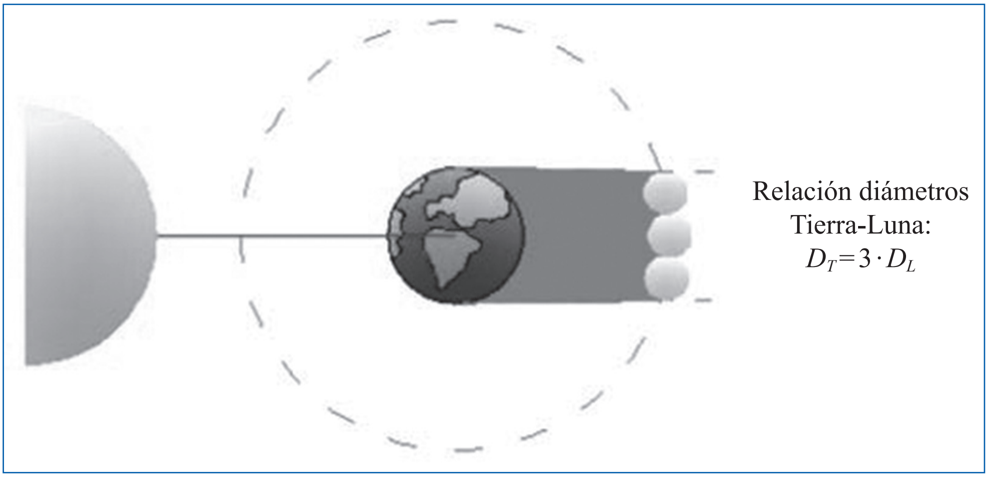


Figura 3: Relación de diámetros Tierra-Luna

Actividad Propuesta Nº 4:

Una vez conocido el radio de la Tierra dado por Eratóstenes, R_T = 6.366 km, ¿podrías hallar el radio de la Luna usando la relación de Aristarco?

Eratóstenes: $R_T = 6.366$ km

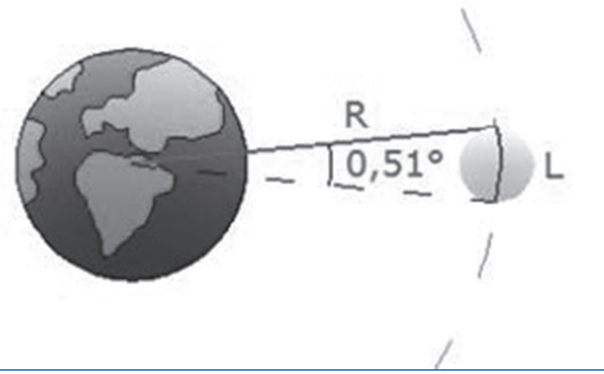
Aristarco: $R_T = 3 \cdot R_L \rightarrow R_L = \dfrac{R_L}{3} = \dfrac{6.366 \text{ km}}{3} = 2.122$ km

DISTANCIA DE LA TIERRA A LA LUNA

Conocidos el diámetro de la Luna y su tamaño angular, es fácil calcular la distancia que la separa de la Tierra. A partir de estos datos, Aristarco realiza una aproximación geométrica suponiendo que los ángulos son tan pequeños que la cuerda de un arco tiene la misma longitud que el arco en sí mismo.

Actividad Propuesta Nº 5:

Sabiendo la aproximación geométrica que utilizó Aristarco en su desarrollo geométrico, determina del mismo modo que hizo él, la distancia de la Luna a la Tierra a partir de los diámetros supuesto en la actividad anterior.



Longitud de un arco:

$$L = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{360^{o}} \cdot \alpha$$

Figura 4: Distancia Tierra-Luna

siendo,

L = longitud de arco = diámetro de la Luna = $2R_L$=4.244 km

R = radio del arco = distancia Tierra-Luna= ¿?

α = ángulo del arco = tamaño angular de la Luna = 0,51º

por tanto, $L = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot R}{360^{o}} \cdot \alpha \rightarrow R = \dfrac{L \cdot 360^{o}}{2 \cdot \pi \cdot \alpha} = \dfrac{4.244 \cdot 360}{2 \cdot \pi \cdot \alpha} = 476.790{,}76 \; km$

Actividad Propuesta Nº 6:

En nuestros días, tanto los tamaños de la Tierra y la Luna, como la distancia entre ellas, son conocidos con bastante precisión. Busca información sobre las distintas magnitudes y compáralas con las anteriormente calculadas.

Radio real de la Tierra: $R_T = 6.378\ km$
Radio real de la Luna: $R_L = 1.738\ km$
Distancia media entre la Tierra y la Luna: $D = 384.400\ km$

Estas actividades que proponemos, permiten que el alumnado conozca un poco más el desarrollo de la ciencia, en particular la astronomía, y hará que personajes importantes de la historia vayan siendo incorporados en el corpus de su cultura general. Desde las matemáticas, se percataran de cómo su uso va mas allá de aspectos meramente formales si no que es útil para cosas prácticas.

NOTA: Los errores cometidos en el modelo de Aristarco se deben a que la distancia al sol no es infinita, por lo que sus rayos no llegan paralelos a la Tierra. A pesar de ello, con los instrumentos de medida y las nociones del universo que se tenían en aquella época, se puede concluir que Aristarco obtuvo unos resultados bastante satisfactorios.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arenzana, V. y Trigo V. (1994). Investigación dirigida. Medición del radio de la Tierra. *Suma,* 14/15, 44, 48.

Barceló, T. (n. d.). *Eratóstenes de Cirene (276-194- a. n. e.).* Consultado el 2 de marzo de 2011 en: http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_content&view=article&id=3338%3Aeratnes-de-cirene-276-194-ane&catid=37%3Abiograf-de-matem-cos- ilustres&directory=67&showall=1

Fernández, M. (1989). Astronomía: dos actividades. *Suma,* 13, 48-50.

Massa, M. R. (2007). *Aristarco de Samos (310 a.C.-260 a.C.)*. Consultado el 2 de marzo de 2011 en http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_content&view=article&id=3321:aristarco-de-samos-310-ac-260-ac&catid=37:biograf-de-matemcos-ilustres&directory=67.

Navarrete, A. (1998). Una experiencia de aprendizaje sobre los movimientos relativos del sistema Sol/Tierra/Luna en el contexto de la formación de maestros. *Investigación en la escuela,* 35,5-20.

Paginas Web:

Astronomía para principiantes: - La distancia de la Tierra a la Luna:
http://www.astronomia-iniciacion.com/astronomia/distancia-tierra-luna.html

Astro Santander: - Aristarco de Samos, otro gran genio:
http://www.astrosantander.es/images_documentos/Aristarco_de_Samos.pdf

El rincón de la ciencia: - Observaciones sobre Aristarco de Samos:
http://centros5.pntic.mec.es/ies.salvador.dali1/primeroa/aristarco/super%20Aristarco%20de%20Sam o1.htm

Cálculo de la distancia Lunar:
http://centros5.pntic.mec.es/ies.salvador.dali1/primeroa/aristarco/distancialunar.htm

Épsilon - Revista de Educación Matemática 2012, Vol. 29(1), nº 80, pp. 83-84

RECREAMÁTICAS
Recreaciones matemáticas para jóvenes y adultos

Natividad Adamuz-Povedano

Juan Diego Sánchez Torres
Ediciones Rialp, S.A. Madrid
2012 Primera edición
ISBN: 978-84-321-4178-2
Foramto: 20 x 19 cm
167 páginas

Uno de los principales problemas en las aulas hoy en día es la falta de motivación del alumnado. Muy conscientes de ello el profesorado se esfuerza en buscar esas actividades, lecturas o juegos que les permitan "enganchar" a sus alumnos y alumnas. El libro de Juan Diego Sánchez Torres, RECREAMÁTICAS, me parece un libro magnífico para esto. Dentro de sus 190 retos matemáticos, de ingenio y de razonamiento lógico seguro que podemos encontrar alguno para plantear en clase, además cuenta con la ventaja de que están planteados con un lenguaje sencillo, accesible para todos. Retos que, además de servir para divertir al alumnado, también les van a permitir aprender matemáticas. Si se trabajan de forma sistemática pienso que se puede favorecer la adquisición de ciertas competencias como la de aprender a aprender o la de autonomía e iniciativa personal, porque no hay un camino marcado para su resolución, sino que cada uno puede establecer sus propias estrategias, fomentando la creatividad de los resolutores.

Los retos que se plantean son de diferentes niveles, hay algunos que puedes resolver al instante pero hay otros a los que hay que echarles tiempo, pero no por ello hay que caer en la tentación de ver la solución, que también viene en el libro. No se necesitan grandes conocimientos matemáticos para afrontar los retos, ¡solo hacen falta ganas!

Como dice María Cristina Algar Morales en el prólogo de RECREAMÁTICAS, las matemáticas son el lenguaje con el que se expresa la naturaleza, así que, leyendo este libro, no solo te divertirás, sino que aprenderás a entender el mundo que nos rodea.

También es un libro muy recomendable fuera del aula ya que no es necesaria una lectura lineal, en cualquier momento puedes abrirlo, por cualquiera de sus páginas, escoger uno de los retos y a buscar la solución.

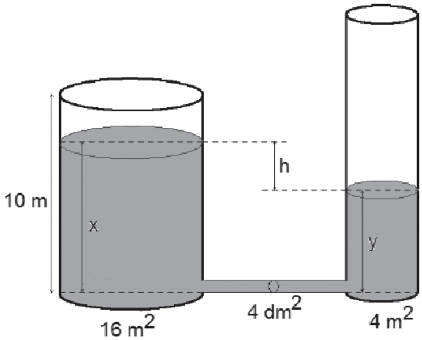
Juan Diego Sánchez Torres (Jerez de la Frontera, 1972), Licenciado en Ciencias Matemáticas por la Universidad de Sevilla, es profesor de instituto. Entre sus publicaciones cabe destacar: “Ajedrez para el aula”, “Juegos de tablero. Para el aula y otros lugares” o “Problemas históricos de las Matemáticas”.

Épsilon - *Revista de Educación Matemática* 2012, Vol. 29(1), nº 80, pp. 85-86

SECCIÓN 1

F. Damián Aranda Ballesteros
Manuel Gómez Lara

RE_013_EPSILON



Dos depósitos A y B, cuyas medidas se conocen, se comunican entre sí por una tubería de de sección. En el momento inicial, el depósito A está lleno y el B vacío. Ambos depósitos se ponen en comunicación.

Hállese el tiempo que tardarán en igualarse los niveles.

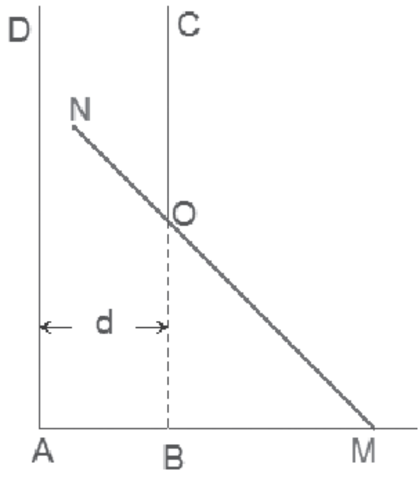
RE_014_EPSILON

Las capacidades de tres recipientes cúbicos A, B y C son entre sí como 1:8:27 y los volúmenes del agua que ellos contienen como 1:2:3. Después del transvase de A a B y de B a C, en los tres recipientes se obtuvo una capa de agua de igual profundidad. Luego, de C a B se transvasan $\left(128+\frac{4}{7}\right)$ litros y después de esto de B a A una cantidad tal, que la profundidad del agua en A resulta dos veces mayor que en B. Al mismo tiempo resultó que en A hay 100 litros de agua menos que en el momento inicial.

¿Cuántos litros de agua había al principio en cada recipiente?

RE_015_EPSILON

Determínese la altura mínima h=OB que puede tener la puerta de una torre vertical ABCD, para que a través de ella se pueda introducir en la torre una barra rígida MN, de



longitud k, cuyo extremo M resbalará a lo largo de la línea horizontal AB. La anchura de la torre es $d < l$.

RE_016_EPSILON

Consideramos dos calles, que se cruzan perpendicularmente y ambas de 10 m de anchura. Por cada una de ellas circula una bicicleta de 2 m de longitud, y cuya anchura suponemos nula. Las bicicletas se mueven paralelamente a las aceras con la misma velocidad, aunque la distancia de cada una a su acera no ha de ser igual a la que lleva la otra. Calcula la probabilidad de que choquen.

RE_017_EPSILON

Sean R y Q las proyecciones ortogonales de un punto P del plano sobre dos rectas fijas e_1, e_2 que forman un ángulo α.

a) Determínese las ecuaciones del Lugar Geométrico que describe P si el segmento RQ es de longitud constante igual a k.

b) Referir las ecuaciones del Lugar Geométrico a la referencia oblicua que definen las rectas fijas e_1 y e_2.

c) Particulariza para el caso en que $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

RE_018_EPSILON

Un segmento AB de longitud constante k se mueve apoyando sus extremos en dos ejes cartesianos rectangulares.

a) Hállese el Lugar Geométrico del punto medio del segmento AB.

b) Hállese el Lugar Geométrico de la proyección del origen sobre este segmento: AB.

ENVÍO DE ARTÍCULOS

Los artículos enviados a la revista Epsilon pasan por un proceso de revisión por pares. Para enviar un artículo para su evaluación, siga las siguientes instrucciones:

1. Los trabajos deben ser de Educación Matemática. El artículo no debe haber sido publicado con anterioridad en una revista y los autores deben poseer los derechos de autor correspondientes.

2. Los artículos pueden ser: de investigación (experimental o un estudio teórico), de ideas para el aula, de experiencias. También se aceptan artículos para la sección de resolución de problemas.

3. Todo artículo debe estar escrito en castellano y debe incorporar referencias bibliográficas, en todo caso, deben seguir las normas del manual de publicación de la APA (quinta edición) de acuerdo con el siguiente modelo:

   Para artículo de revista: Leinhardt, G., Zaslavsky, O. y Stein, M. (1990). Functions, graphs and graphing: tasks. Learning and teaching. *Review of Educational Research, 60*(1), 1-64.

   Para libro: Fernández, A. y Rico, L. (1992). *Prensa y educación Matemática*. Madrid: Síntesis.

   Para capítulo de libro, actas de congreso o similar: Fuson, K. (1992). Research on whole number addition and subtraction. En Grouws, D. (ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 243-275. MacMillan Publishing Company: New York.

   Para artículo de revista electrónica o información en Internet: Cutillas, L. (2008). Estímulo del talento precoz en matemáticas. *Números* [en línea], 69. Recuperado el 15 de febrero de 2009, de http://www.sinewton.org/numeros/

4. El artículo deberá tener una extensión máxima de 7.000 palabras, incluyendo las tablas y los anexos si es de investigación. Para las secciones experiencias e ideas para el aula la extensión máxima será de 3.000 palabras. El formato de párrafo debe ser: letra Times New Roman tamaño 12 e interlineado sencillo y sin sangrado. Párrafos con espaciado anterior de 6 ptos. Los subtítulos deben estar sin numeración.

5. El artículo debe incluir en español e inglés: (a) el título del trabajo, (b) un resumen con un máximo de 100 palabras, y (c) de tres a seis términos claves.

6. El archivo con el artículo debe enviarse en formato doc y pdf.

7. Los esquemas, dibujos, gráficas e imágenes deben enviarse por separado (en una carpeta aparte del documento de texto) en formato TIFF o JPG con una resolución mínima de 300 puntos por pulgada. Cada archivo debe estar claramente identificado y se debe indicar en el texto el lugar donde se ubica. Las fotos en las que aparezcan menores deberán estas pixeladas o tener autorización escrita del tutor (se adjuntara copia con el archivo).

8. Se debe enviar una segunda versión del artículo en la que no aparezcan los nombres de los autores, ni información relativa a ellos o que pueda servir para identificarlos (e.g., institución a la que pertenecen, citas y referencias bibliográficas propias, agradecimientos, datos del proyecto en el que se enmarca el trabajo). En esta versión, reemplace las citas y referencias bibliográficas por "Autor, 2008" o "Autor et al., 2008". En las referencias bibliográficas propias se debe eliminar el título y el nombre de la revista o el título del libro donde se publica.

9. Los datos de los autores (nombre, institución a la que pertenecen, dirección de correo electrónico, dirección postal y número de teléfono y fax) deben incluirse en un archivo aparte. Utilice únicamente un apellido o los dos pero separados por un guión.

10. Los autores deben ser los dueños de los derechos de autor del documento que se envía y, en su caso, haber obtenido los derechos para publicar aquel material de otros autores que se incluya en el documento.

11. Cuando el artículo tenga más de un autor, éstos designarán a un autor de contacto quien se encargará de toda la comunicación con la revista Epsilon.

12. Los archivos se deben enviar al centro de documentación Thales thales.matematicas@uca.es señalando si es un trabajo de investigación, experiencias o ideas para el aula.

13. Una vez aceptado el artículo para su publicación, se solicitará al autor de contacto que firme una carta de cesión de derechos de autor en nombre de todos los autores del trabajo.